

Teste de permutações para associação

2026

Analisamos os resultados de uma prova aplicada a uma turma em 2016. Os dados consistem das notas da prova (primeira coluna) e das auto-avaliações (segunda coluna) coletadas na aula seguinte à aula em que a prova foi aplicada.

```
# Separador decimal: ","  
options(OutDec = ",")
```

```
## Dados  
dados <- c(  
3.2, 4.0,  
1.3, 4.0,  
0.5, 2.5,  
6.7, 4.0,  
3.8, 5.0,  
3.0, 4.0,  
0.7, 2.0,  
6.3, 5.0,  
5.0, 3.0,  
2.4, 5.0,  
0.5, 2.5,  
4.0, 4.0,  
6.3, 5.0,  
6.5, 8.0,  
2.2, 3.0,  
2.5, 6.0,  
2.0, 3.0,  
2.5, 3.0,  
1.5, 2.5,  
2.6, 3.0,  
6.4, 4.5,  
2.8, 4.5,  
4.3, 5.0,  
7.5, 6.0,  
4.1, 5.5,  
4.5, 4.0,  
2.0, 4.0,  
2.0, 5.0,  
1.3, 3.5,  
3.3, 4.0,  
3.1, 4.5,  
0.5, 1.0,  
2.0, 4.0,  
5.4, 6.0,  
0.1, 1.0)
```

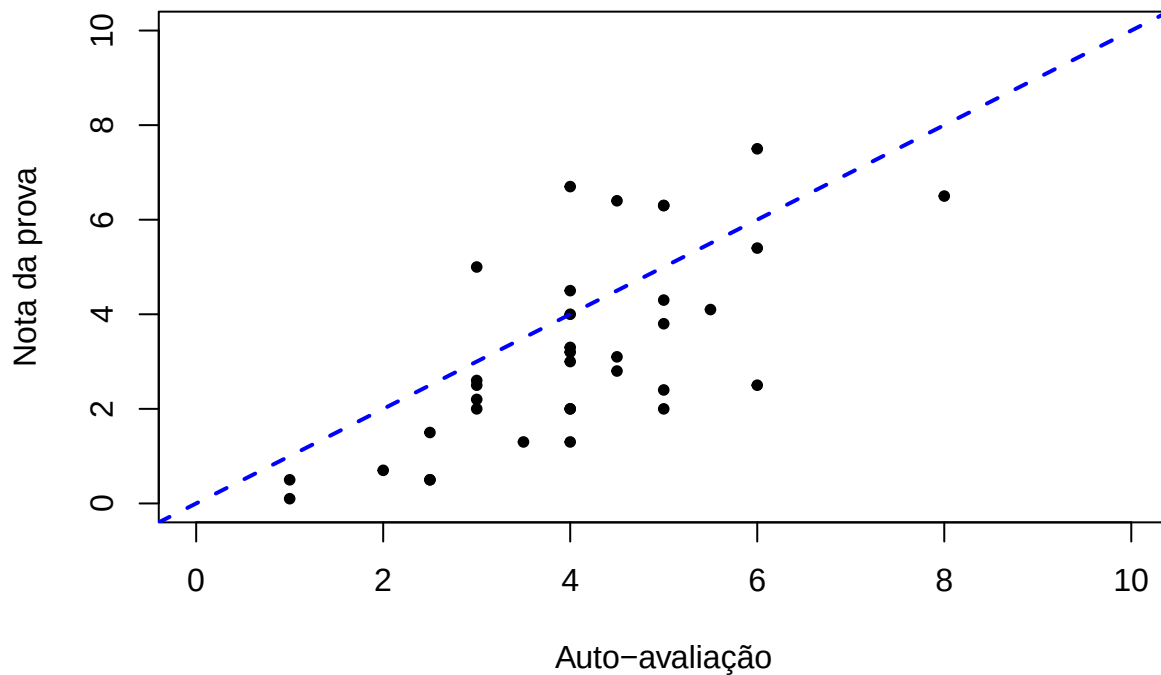
```
dados <- matrix(dados, ncol = 2, byrow = TRUE)
nota <- dados[, 1]
autoav <- dados[, 2]
```

```
n <- length(autoav)
cat("\n n =", n)
```

```
##
## n = 35
```

O gráfico de dispersão permite uma primeira avaliação sobre a associação entre as duas variáveis. O objetivo é analisar a concordância entre a nota da prova e a auto-avaliação. A linha tracejada representa a reta de concordância.

```
ylim <- c(0, 10)
plot(autoav, nota, pch = 20, ylab = "Nota da prova", xlab = "Auto-avaliação",
      xlim = ylim, ylim = ylim)
abline(0, 1, col = "blue", lty = 2, lwd = 2)
```



O coeficiente de correlação de concordância ρ_c é utilizado como medida de associação (vide item 7 do Material de apoio).

```
## Estimativa do coef. de correlação de concordância
rc <- function(X, Y) {
  n <- length(X)
  cn <- (n - 1) / n
  Sx2 <- var(X) * cn
  Sy2 <- var(Y) * cn
  Sxy <- cov(X, Y) * cn
  return(2 * Sxy / ((mean(X) - mean(Y))^2 + Sx2 + Sy2))
}
```

```
dobs <- rc(nota, autoav)
cat("\n n =", n,
```

```
"\n coeficiente de correlação de concordância:", round(dobs, 4))
```

```
##
```

```
## n = 35
```

```
## coeficiente de correlação de concordância: 0,5895
```

O número de permutações é da ordem de 10^{40} .

```
cat("\n log10(número de permutações) =", log10(factorial(n)))
```

```
##
```

```
## log10(número de permutações) = 40,01423
```

A distribuição do coeficiente de correlação de concordância r_c é aproximada utilizando $R = 9999$ permutações.

```
set.seed(76)
```

```
R <- 9999
```

```
dl <- c()
```

```
for (m in 1:R) {
```

```
  autoavl <- sample(autoav)
```

```
  dl[m] <- rc(nota, autoavl)
```

```
}
```

```
summary(dl)
```

```
##      Min.      1st Qu.      Median      Mean      3rd Qu.      Max.
```

```
## -0,4674364 -0,1030308  0,0010850  0,0001943  0,1013606  0,4930752
```

Em seguida calculamos uma aproximação do valor- p do teste para a hipótese alternativa bilateral ($H_0 : \rho_c = 0$ contra $H_1 : \rho_c \neq 0$) considerando $D = r_c$ como estatística de teste.

```
dlb <- mean(dl)
```

```
dc <- abs(dobs - dlb)
```

```
k <- sum(abs(dl - dlb) >= dc)
```

```
cat("\n valor-p aprox. (bilateral):", (k + 1) / (R + 1))
```

```
##
```

```
## valor-p aprox. (bilateral): 1e-04
```

Finalmente apresentamos o histograma da estatística de teste (D), uma estimativa de sua função densidade e o valor observado.

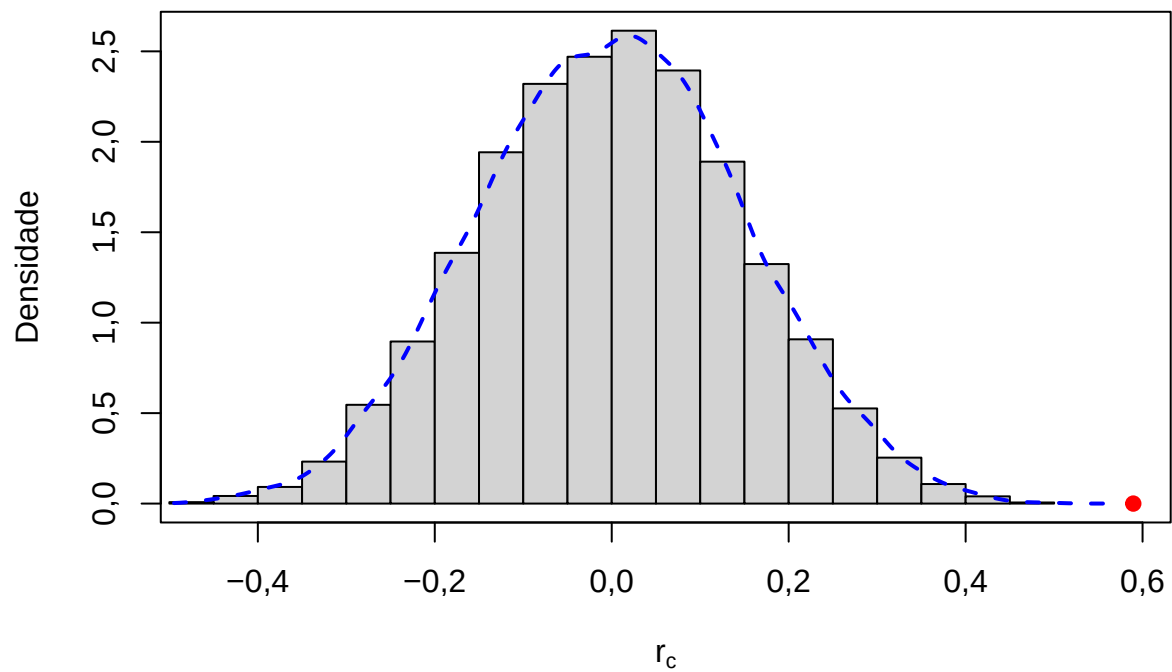
```
hist(dl, main = "", freq = FALSE, ylab = "Densidade",
```

```
      xlim = range(dobs, dl), xlab = expression(r[c]))
```

```
lines(density(dl), lty = 2, col = "blue", lwd = 2)
```

```
points(dobs, 0, pch = 19, col = "red")
```

```
box()
```



Nota 1. Com base nos dois gráficos anteriores, o resultado do teste é surpresa?

Nota 2. Refaça o exemplo utilizando `autoav <- 10 * rbeta(n, 0.5, 0.5)`. Os resultados estão de acordo com o que você esperava?