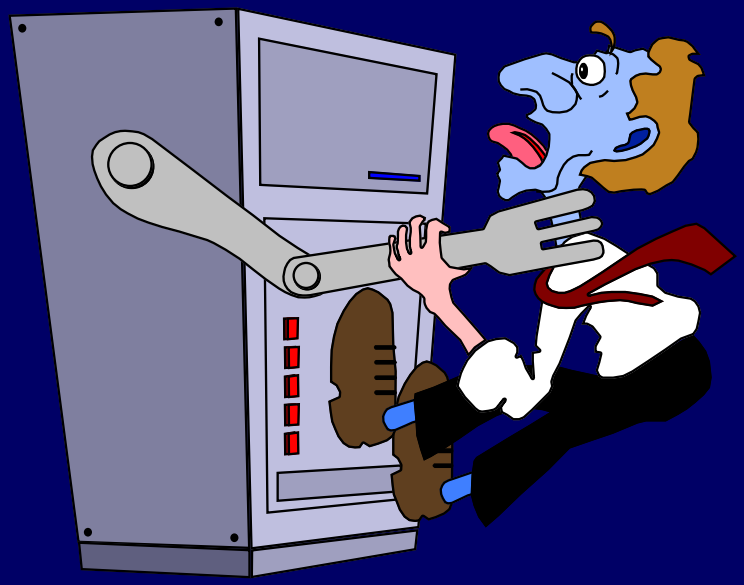
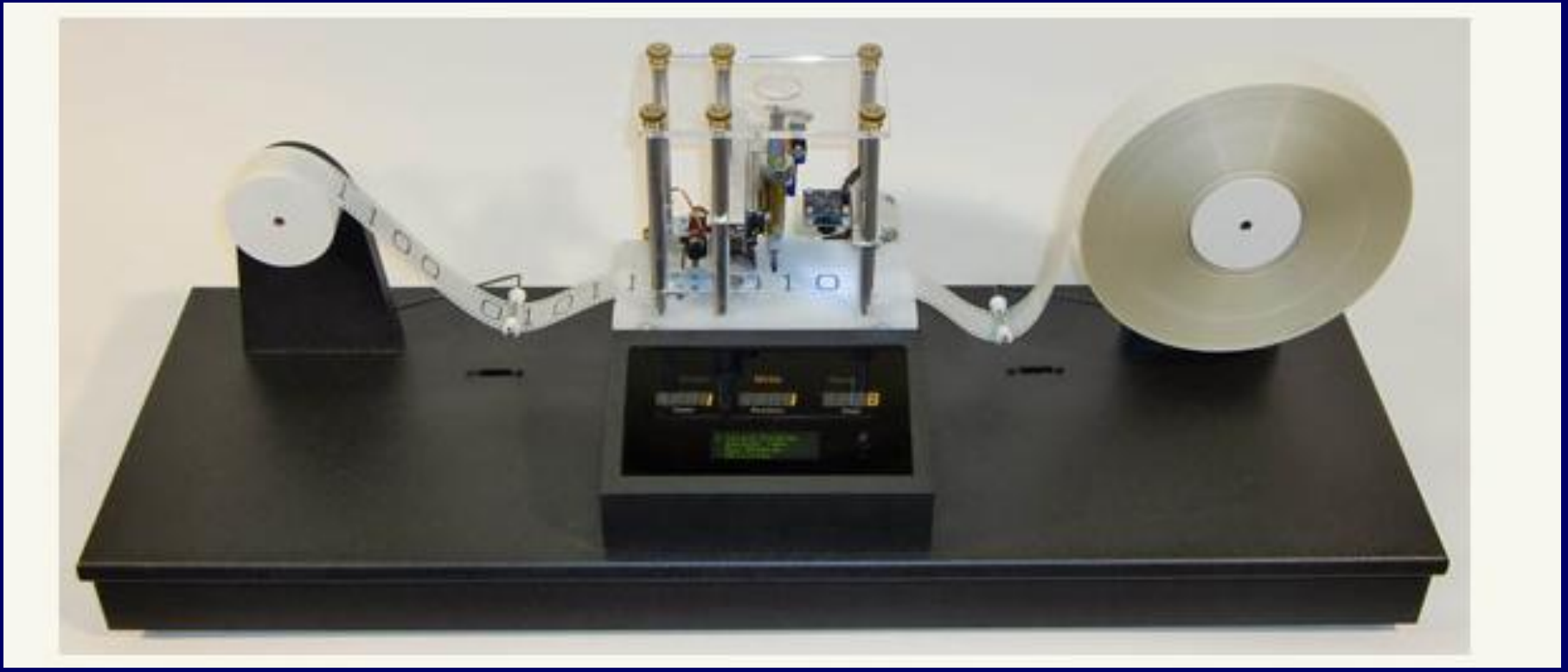
Máquinas de Turing



Máquinas de Turing podem fazer tudo o que um computador real faz, com perdas de eficiência

Porém, mesmo uma Máquina de Turing não pode resolver certos problemas. Estes problemas estão além dos limites teóricos da computação

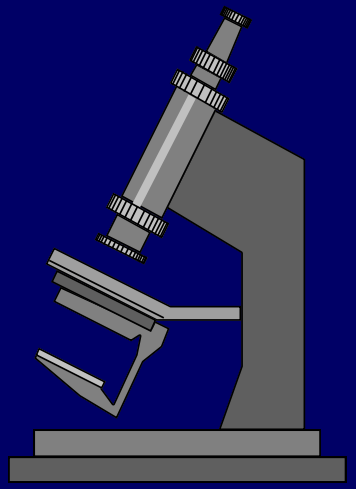
http://aturingmachine.com/index.php



Motivação

Na Teoria da Complexidade analisamos problemas e os classificamos de acordo com sua complexidade.

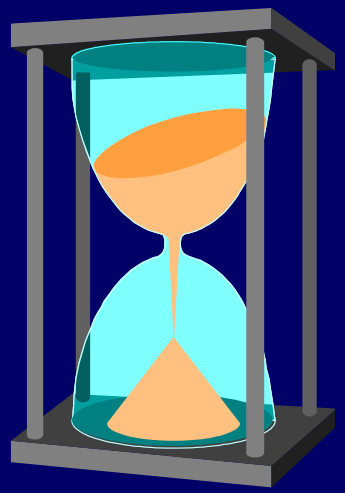
Até mesmo na Teoria da Computabilidade temos uma classificação para os problemas.



Motivação

Para avaliar a complexidade de tempo, fazemos perguntas como:

Quanto tempo leva para computar um dado problema?



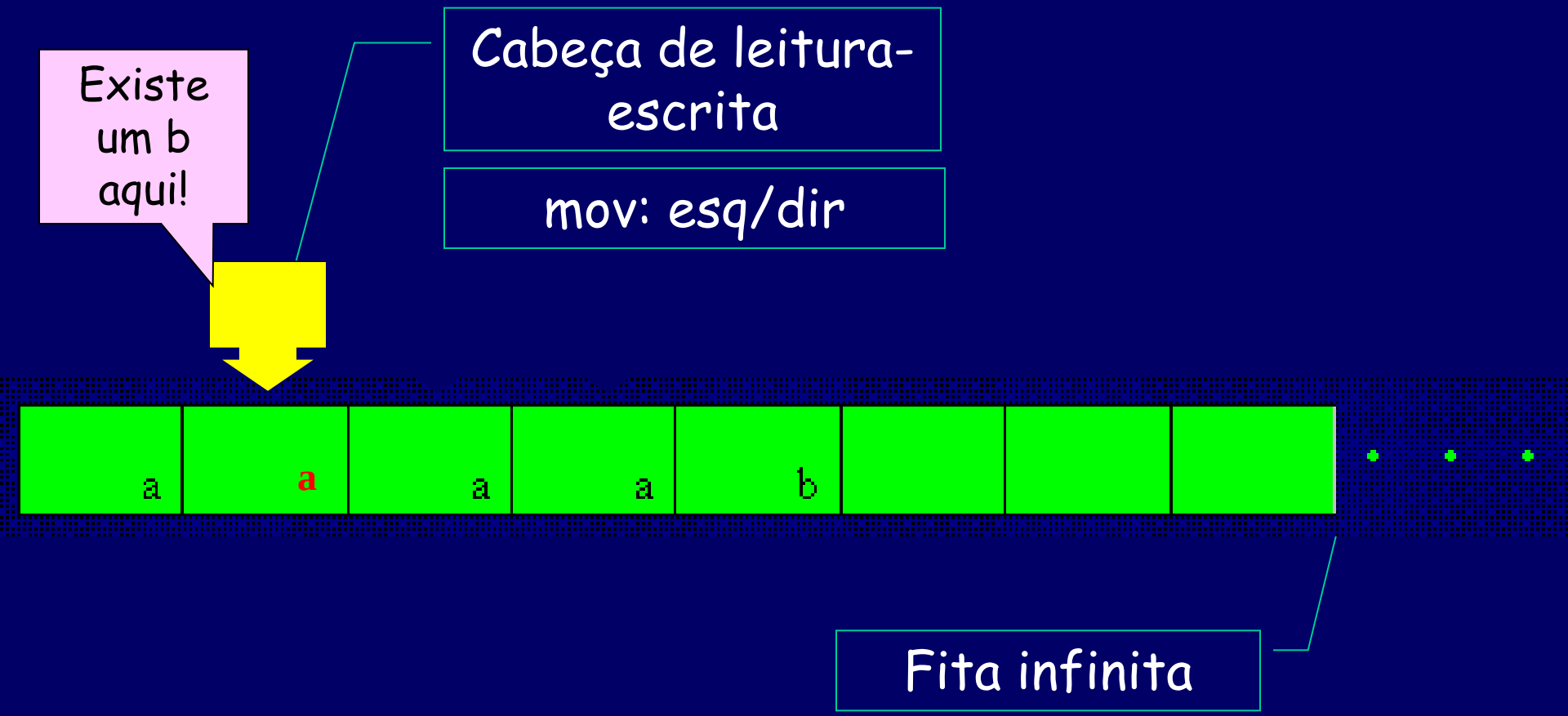
Motivação

Mas para respondê-la precisamos ter um modelo computacional como referência.

Introdução

- Objetivos:
  - Apresentar o modelo computacional chamado "Máquina de Turing".
- Tópicos:
  - Máquinas de Turing Determinísticas
  - Máquinas de Turing com Múltiplas Fitas
  - Máquinas de Turing Não-deterministicas
  - A Tese/Hipótese de Church-Turing
  - Linguagens decidíveis por Máquinas de Turing (Recursivas)
  - Linguagens Aceitas/Reconhecidas por Máquinas de Turing (Recursivamente Enumeráveis)

Notação Esquemática de uma Máquina de Turing (MT)



- A máquina continua sua computação até decidir produzir uma saída.
  - As saídas aceita e rejeita são obtidas quando ela entra nos estados de aceitação e rejeição, respectivamente.
  - Se ela não entra nestes dois estados roda para sempre, nunca parando.
- Se tenta se mover para a esquerda além do começo na cadeia, a cabeça não obedece.

Exemplo

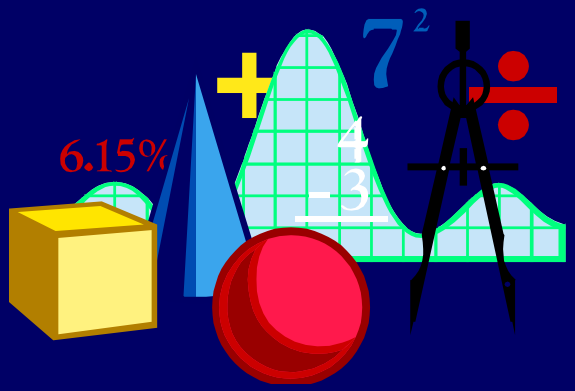
- Como vocês fariam para testar se uma dada cadeia de entrada é membro de uma linguagem?

- Exemplo: B= {w#w | w $\in$ {0,1}*}
  Usem a cadeia de entrada 011000#011000 para testar.

- Essa linguagem é Livre de Contexto?
- Qual o poder de uma máquina que possui 2 pilhas?

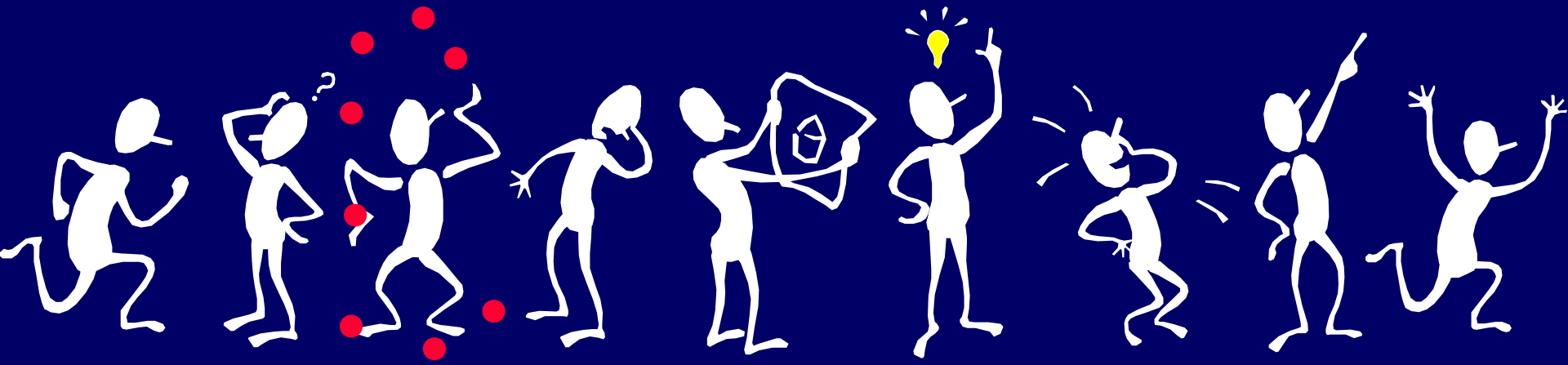
Definição Formal de uma MT

Uma MT determinística é uma sétupla consistindo de vários objetos.



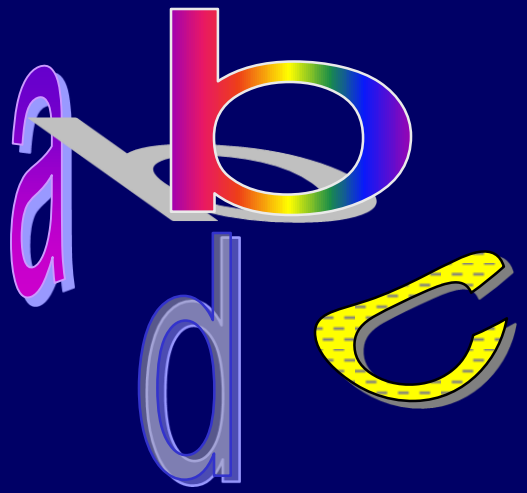
Definição Formal de uma MT

1. Q – um conjunto finito de estados.



Definição Formal de uma MT

2. Σ - o alfabeto de entrada, um conjunto finito não contendo o símbolo branco _.

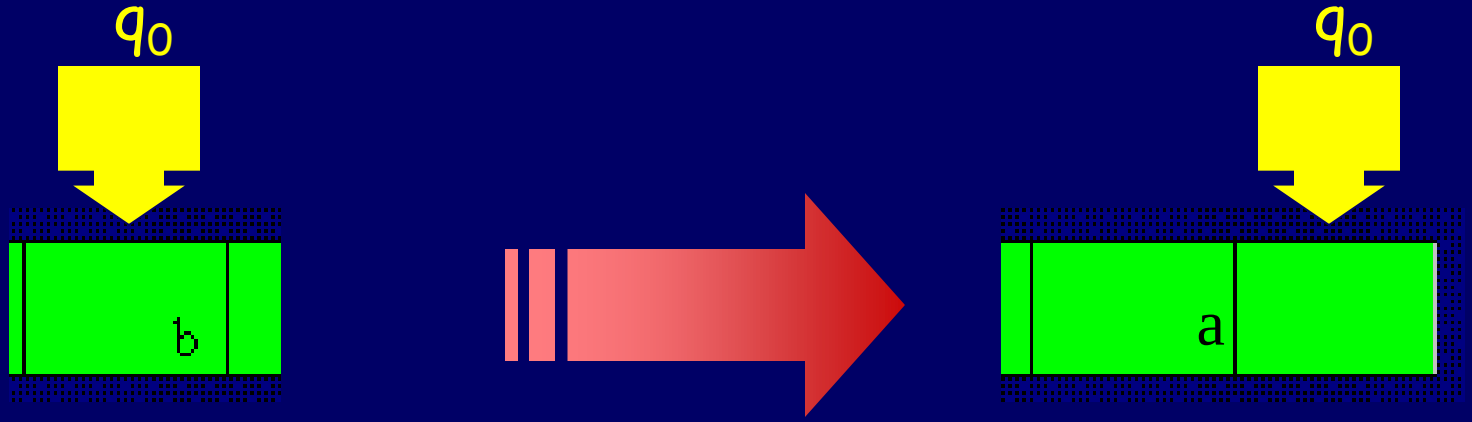


Definição Formal de uma MT

3. Γ - o alfabeto da fita, em que $\Sigma \subseteq \Gamma$ e $_ \in \Gamma$.

Definição Formal de uma MT

4. $\delta: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L,R\}$ - a função de transição.

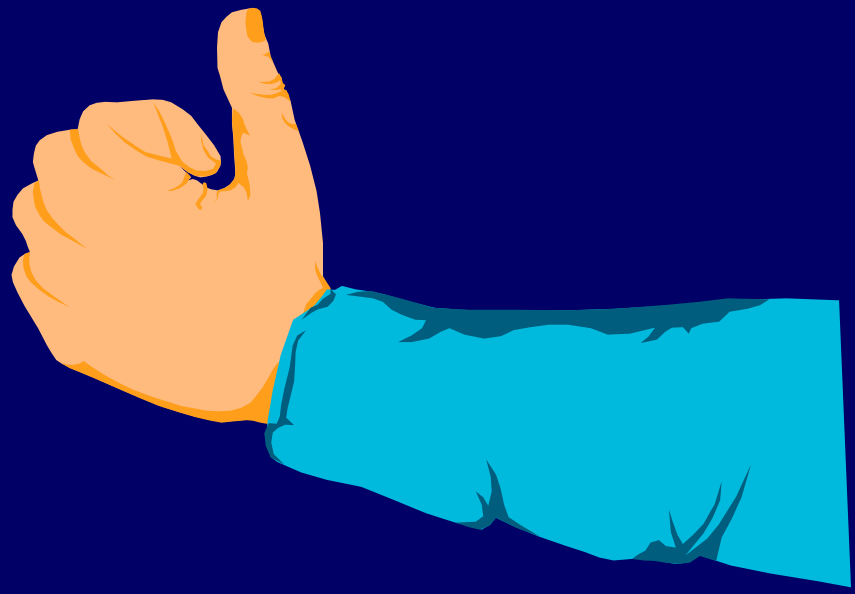


Definição Formal de uma MT

5. q_0 – o estado inicial

Definição Formal de uma MT

6. $q_{accept} \in Q$ - estado de aceitação



Definição Formal de uma MT

7. $q_{reject} \in Q$ - estado de rejeição
   $q_{reject} \neq q_{accept}$

Definição Formal de uma MT
Sumário

1. Q - conjunto finito de estados.
2. Σ - o alfabeto de entrada.
3. Γ - o alfabeto da fita
4. $\delta: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L,R\}$ - a função de transição.
5. q_0 - o estado inicial.
6. $q_{accept} \in Q$ - estado de aceitação.
7. $q_{reject} \in Q$ - estado de rejeição .

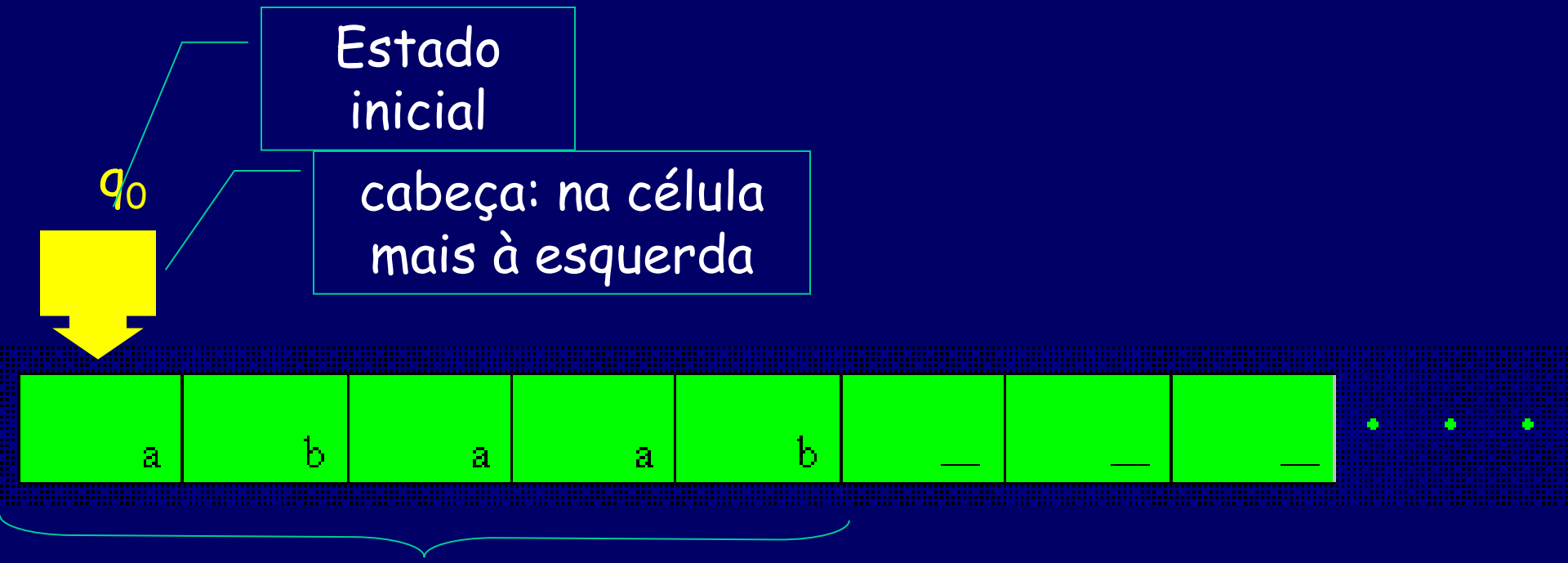
Definição segundo (H,M,U,2001)

1. Q - conjunto finito de estados.
2. Σ - o alfabeto de entrada (não contem branco)
3. Γ - o alfabeto da fita (contem branco)
4. $\delta: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L,R\}$ - a função de transição.
5. q_0 - o estado inicial, pertence a Q
6. B, símbolo branco, que está na fita fora da cadeia de entrada.
7. F, conjunto de estados de aceitação.

- F é vazio se a MT é transformadora de uma cadeia de entrada em uma cadeia de saída, isto é, como um modelo para descrever procedimentos (ou computar funções).

- F é relevante (ou q_{acc} e q_{rej}) quando a MT é usada para reconhecer uma linguagem.

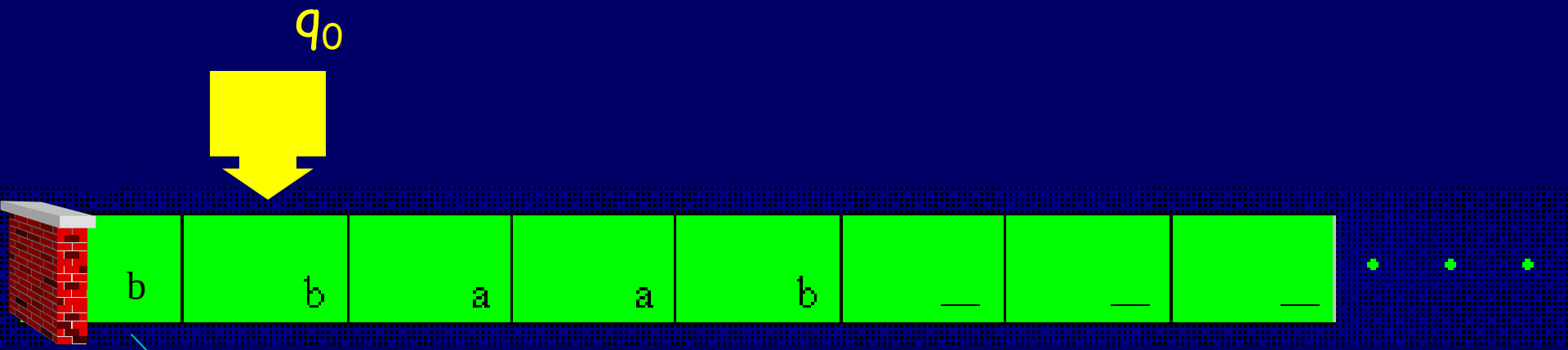
Computações
A Configuração Inicial



A entrada: começa a partir da esquerda

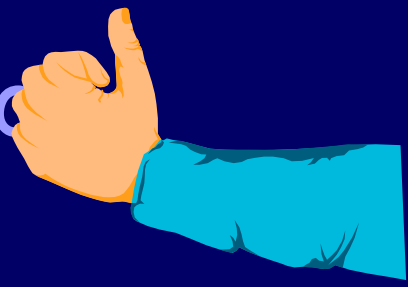
Computações
Exemplo

$\delta(q_0,a)=(q_0,b,R)$



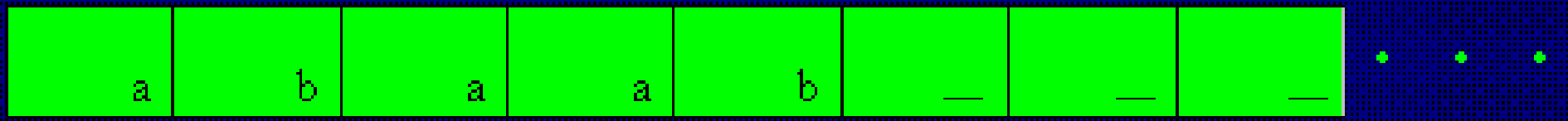
Nota: a cabeça não pode se mover para à esquerda desta célula!

Computações
Configuração de Aceitação

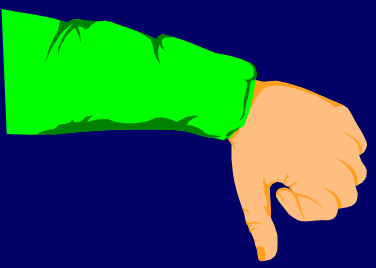


Se a computação entra no estado de aceitação, ela pára.

q_{accept}

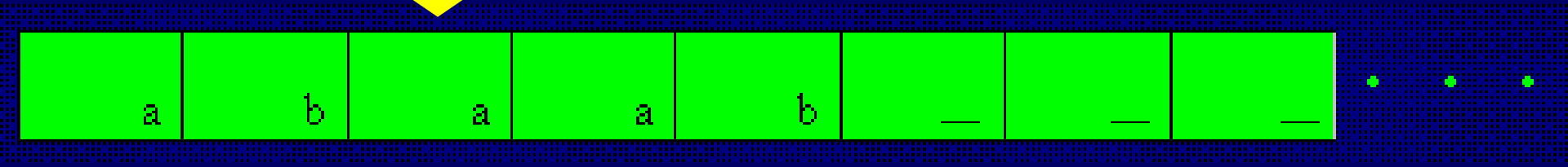


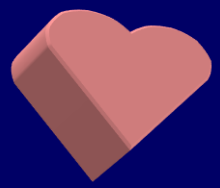
Computações
Configuração de Rejeição



Se a computação entra no estado de rejeição, ela também pára.

q_{reject}



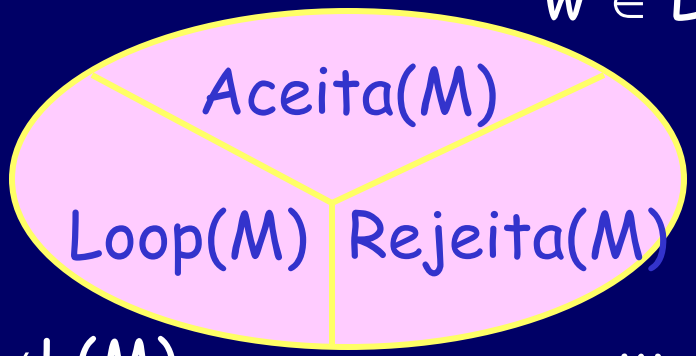


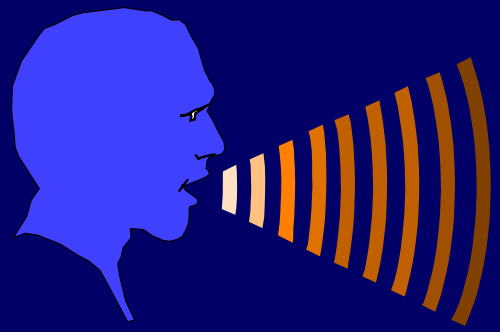
Nota: a máquina pode entrar em loop e não alcançar nenhum dos dois!

A Linguagem que uma MT Aceita

- Uma máquina de Turing aceita sua entrada, se ela alcança uma configuração de aceitação.
- O conjunto de entradas que ela aceita é chamado sua linguagem L(M).

Partições do conjunto de palavras sobre Σ^*





Definição formal de configuração

- Configuração é um terno (q,α,i) em que:
- q é um estado,
- α é uma cadeia de símbolos, isto é, a cadeia que no momento está escrita na fita,
- i é um nro natural que dá a distância entre o 1º símbolo de α e o símbolo que a máquina está lendo no momento.
- $L(MT) = \{w \mid w \in \Sigma^* \text{ e } (q0,w,1) \vdash_{MT}^* (q,\alpha,i)$

Para algum $q \in F$, $\alpha \in \Gamma^*$, i natural$\}$

Uma MT para uma Linguagem Simples

$$L = \{ a^n b^n c^n \mid n \geq 0 \}$$

Exemplos:

Pertence à L: aaabbbccc

Não Pertence à L: aaabbcccc