

10a. Lista de Exercícios – Integral – 04/06/2012

A numeração segue a Seção 4.9 do livro do Plácido Z. Táboas.

19. Use a integração por partes para mostrar que a integral indefinida $\int \cos^n x \, dx$, com $n \geq 3$ inteiro, pode ser reduzida à integral $\int \cos^{n-2} x \, dx$. Considere também a integral indefinida $\int \sin^n x \, dx$
20. Use a integração por partes para obter a fórmula de redução, para $n > 1$ inteiro:

$$\int x^n \sin x \, dx = -x^n \cos x + n \int x^{n-1} \cos x \, dx.$$

29. Calcule a integral indefinida

$$a) \int \frac{\sin(\ln x)}{x} \, dx \quad b) \int \frac{1}{x \ln x} \, dx \quad c) \int \frac{1}{x(\ln x)^p} \, dx$$

Calcule as derivadas

$$30) (2^{\cos x})' \quad 33) (x^{(x^x)})' \quad 36) (\sqrt{x})'$$

$$31) ((\ln x)^{\cos x})' \quad 34) (e^{\cos^2 x})' \quad 37) (x^{\cos x})'$$

1. Calcule os limites

$$39) \lim_{x \rightarrow 0} x^{\sin x} \quad 42) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{k}{x}\right)^x \quad 45) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x-1}{x^2-1}\right)^{x+1}$$

$$40) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x}\right)^{\tan x} \quad 43) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{1/x} \quad 46) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1}\right)^x$$

$$41) \lim_{x \rightarrow 1} (1-x)^{\cos(\pi x/2)} \quad 44) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+2}{2x^2+1}\right)^{x^2} \quad 47) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+3}\right)^{x+2}$$

Calcule

$$49) \int e^x \cos x \, dx \quad 54) \int e^{2x} \sin^2 x \, dx \quad 55) \int \frac{\ln 2x}{x \ln 4x} \, dx \quad 57) \int a^{\sin x} \cos x \, dx$$

$$60) \int \cosh^2 x \, dx \quad 61) \int \cosh^3 x \, dx \quad 62) \int \cosh^4 x \, dx \quad 63) \int \sinh^3 x \cosh x \, dx$$

Calcule a área do conjunto do plano limitado pela:

50. parábola $y = 4x - x^2$ e o eixo x .
 51. pela curva $y = \tan x$, o eixo x e a reta $x = 8$.
 53. pelas retas $x = a$, $x = 3a$, $a > 0$, pelo eixo x e pela hipérbole $xy = m^2$.

67. Usando propriedades das funções hiperbólicas, calcule

$$\int_a^b \frac{1}{1-x^2} dx, \quad |a|, |b| < 1.$$

Calcule também usando a decomposição

$$\frac{1}{1-x^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} \right).$$

Calcule as integrais

$$68) \int_2^5 \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} \quad 71) \int \frac{1}{\sqrt{9x^2+25}} \quad 73) \int \frac{e^x}{\sqrt{e^{2x}-16}} dx \quad 75) \int \frac{x}{\sinh x^2} dx$$

77. Seja x_0 o ponto máximo da função $f(x) = x^2 e^{-x}$. Calcule a área do conjunto $\{(x, y); 0 \leq x \leq x_0, 0 \leq y \leq x^2 e^{-x}\}$.

78. Encontre a área do círculo determinado por

$$r = 2a \cos \theta, \quad -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}.$$

79. Encontre a área da rosácea

$$r = 8|\sin 3\theta|.$$

80. Encontre a área da interseção dos círculos determinados pelas circunferências $r = 2 \cos \theta$, $-\frac{\pi}{2} \leq \theta < \frac{\pi}{2}$, e $r = 3 \sin \theta$, $0 \leq \theta < \pi$.