

1. Encontre a série de Taylor em $a = 0$.

- (a) $\cos \sqrt{x+1}$
- (b) $x^2 \sin x$
- (c) $\frac{x^2}{2} - 1 + \cos x$
- (d) $\cos^2 x$ (*Sugestão: $\cos^2 x = (1 + \cos(2x))/2$.*)
- (e) $x \ln(1+2x)$

2. Para quais valores de x , o erro da aproximação de $\sin x$ por $x - x^3/6$ é inferior a 5×10^{-4} ?

3. Se $\cos x$ for substituído por $1 - x^2/2$ e $|x| < 1/2$, qual estimativa pode ser feito do erro?

4. Estime o erro da aproximação de $\sqrt{1+x}$ por $1 + x/2$ quando $|x| < 0,01$.

5. Estime o erro da aproximação de $\sinh x$ por $x + x^3/3!$ quando $|x| < 0,5$. (*Sugestão: use R_4 , não R_3 .*)

6. Use a fórmula de Taylor para mostrar o teste da derivada segunda: seja f uma função com derivada de primeira e segunda ordens contínuas e suponha $f'(a) = 0$. Então:

- (a) f tem um máximo local em a se $f''(x) < 0$ para x num intervalo aberto contendo a .
- (b) f tem um mínimo local em a se $f''(x) > 0$ para x num intervalo aberto contendo a .

7. Use a fórmula de Taylor com $a = 0$ e $n = 3$ para encontrar uma aproximação cúbica de $f(x) = 1/(1-x)$ em $a = 0$. Estime o erro na aproximação quando $|x| \leq 0,1$.

8. (Unicidade da série de potências convergente)

- (a) Mostre se $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ e $\sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n$ são convergentes e iguais para todos os valores de x em um intervalo aberto $(-c, c)$, então $a_n = b_n$ para todo n .
- (b) Mostre se $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = 0$ para todos os valores de x em um intervalo aberto $(-c, c)$, então $a_n = 0$ para todo n .

9. (Série de Taylor para funções pares e para funções ímpares - Continuação do exercício anterior)

- (a) Mostre que se f é uma funções par então $a_k = 0$ para todo k ímpar, isto é, a série de Taylor de f em $a = 0$ contém somente potências pares de x .
- (b) Mostre que se f é uma funções ímpar então $a_k = 0$ para todo k par, isto é, a série de Taylor de f em $a = 0$ contém somente potências ímpares de x .