



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO - ICMC

Departamento de Ciências de Computação e Estatística

SCC 205 Teoria da Computação e Linguagens Formais - 2º Sem /2009

PROFA: Sandra Aluisio

Cotéia: <http://coteia.icmc.usp.br/mostra.php?ident=617>

Lista 1 Gramáticas e Linguagens da Hierarquia de Chomsky

Nos exercícios abaixo teremos $G = (V_n, V_t, P, S) = (\Sigma, V, S, P)$

Gramáticas e Linguagens

1. (a) Defina o que é uma Gramática.
(b) Exemplifique sua definição construindo uma gramática que gere a linguagem $L(G) = \{0^n 1^{2n} 0^m \mid n, m \geq 0\}$.
(c) Classifique sua gramática na hierarquia de Chomsky, justificando sua resposta.
2. Que linguagem a gramática, constituída pelo seguinte conjunto de produções $P = \{S \rightarrow (), S \rightarrow (S), S \rightarrow SS, S \rightarrow (S), S \rightarrow)S\}$, gera?
3. Que linguagem a gramática, constituída pelo seguinte conjunto de produções $P = \{S \rightarrow 0, S \rightarrow 1, S \rightarrow S0\}$, gera?
4. A gramática, constituída pelo seguinte conjunto de produções $P = \{S \rightarrow (), S \rightarrow (S), S \rightarrow SSS\}$, gera exatamente a linguagem dos parênteses casados?
5. Escreva uma gramática para a linguagem $\{a^n b^{2n} \mid n > 0\}$.
6. Que linguagem a gramática, constituída pelo seguinte conjunto de produções $P = \{S \rightarrow aSb \mid SS \mid ab \mid ba\}$ gera?
7. Escreva gramáticas para as seguintes linguagens:
 - (a) expressões aritméticas envolvendo os dígitos 0 e 1 e as operações + e *. Exemplo: $(1 + (0 * 1))$
 - (b) $\{w \mid w \text{ é da forma } a^n b^m, \text{ com } n < m\}$
 - (c) Fórmulas do cálculo proposicional com duas variáveis, p e q , e conectivos *and*, *or* e *not*. Exemplo: $(p \text{ or } (q \text{ and } (\text{not } p)))$
 - (d) $\{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$ onde w^R significa a forma reversa de w , isto é, se $w = abaa$, então $w^R = aaba$.
8. Considerando que:
 - toda linguagem livre de contexto também é sensível ao contexto;
 - nem toda gramática livre de contexto é sensível ao contexto;
 - há quatro tipos de gramáticas/linguagens segundo Chomsky,

as gramáticas abaixo são livres de contexto? São sensíveis ao contexto? Por que?

- (a) $G = (\Sigma, V, S, P)$, onde $\Sigma = \{a, b\}$, $V = \{A, B\}$, $S = A$, $P = \{A \rightarrow Ba, B \rightarrow BB, Aa \rightarrow Bb, B \rightarrow b, B \rightarrow bA, A \rightarrow a, Ab \rightarrow \lambda\}$
- (b) $G = (\Sigma, V, S, P)$, onde $\Sigma = \{0, 1\}$, $V = \{S\}$, $P = \{S \rightarrow 0S1, S \rightarrow \lambda\}$

Que linguagem é gerada pela gramática do item b?

9. Considere a gramática $G = (\{a, b, +, -, *, /, (,)\}, \{S, T, L\}, S, P)$, onde P é dado por:

$$S \rightarrow T + S \mid T - S \mid T$$

$$T \rightarrow L * T \mid L / T \mid L$$

$$L \rightarrow (S) \mid a \mid b$$

Diga qual é a ordem de precedência e de prioridade dos operadores e sua associatividade (à esquerda ou à direita), justificando sua resposta.

10. Em cada conjunto de produções abaixo, diga qual é a linguagem gerada pela gramática, classificando-a. Se for regular, expresse-a através de expressões regulares. S é o símbolo inicial da gramática em todos os itens abaixo.

(a) $S \rightarrow 0 \mid 5 \mid N5 \mid N0$

$$N \rightarrow 1 \mid 2 \mid 3 \mid \dots \mid 9 \mid NN \mid N0$$

(b) $S \rightarrow 0S1 \mid 1S0 \mid 01 \mid 10$

(c) $S \rightarrow aBca \mid aca$

$$B \rightarrow b \mid bB$$

(d) $S \rightarrow 0A \mid 1B$

$$A \rightarrow 0A \mid 0$$

$$B \rightarrow 1B \mid 1$$

(e) $S \rightarrow [A]$

$$[\rightarrow [D \mid \lambda$$

$$D] \rightarrow]$$

$$DA \rightarrow AAD$$

$$] \rightarrow \lambda$$

$$A \rightarrow a$$

11. Classificar as gramáticas cujas regras de produção são dadas abaixo. Considere S o símbolo inicial.

(a) $S \rightarrow \lambda$

$$S \rightarrow aS \mid Sb$$

$$S \rightarrow a \mid b$$

(b) $S \rightarrow \lambda$

$$S \rightarrow 0S1 \mid 1S0$$

$$0S1 \rightarrow 1S0$$

12. Qual a diferença entre as notações BNF e EBNF?

13. Liste as características que diferenciam as gramáticas da hierarquia de Chomsky.

14. Qual o tipo de linguagem das linguagens de programação? Justifique e exemplifique.

15. Considere uma gramática $G = (\Sigma, V, S, P)$, onde $\Sigma = \{0, 1\}$, $V = \{S\}$, $P = \{S \rightarrow 0S1, S \rightarrow 01\}$. Qual o tipo (menos complexo) desta gramática segundo a hierarquia de Chomsky? Dê a descrição formal da linguagem gerada por esta gramática. Se for possível, descreva o autômato finito, com o menor número de estados possível, que aceite esta linguagem.

Gramáticas Lineares à Direita ou Regulares

16. Encontre uma gramática regular equivalente à $G = (\Sigma, V, S, P)$, cujo $\Sigma = \{a, b\}$, $V = \{S, A, B\}$ e $P = \{S \rightarrow abbaA \mid bB, A \rightarrow aA \mid aB, B \rightarrow bA \mid aba \mid b\}$.
17. Se G for uma gramática regular e w uma sentença de $L(G)$ capaz de ser derivada em p passos, qual é então o comprimento de w ? Prove sua resposta.
18. Ache uma GLD para a linguagem $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ não contenha a subcadeia } bab\}$.
19. Seja a seguinte definição: Uma gramática $G = (\Sigma, V, S, P)$ é **linear a direita** se toda produção for da forma $A \rightarrow bC$ ou $A \rightarrow b$, onde A e $C \in V$ e $b \in \Sigma \cup \{\lambda\}$. Agora seja a seguinte gramática G_1 composta das seguintes produções: $A \rightarrow wB \mid w$, onde A e $B \in V$ e $w \in \Sigma^*$. Mostre que $L(G_1)$ pode ser gerada por uma gramática linear a direita.
20. Considere gramáticas lineares à esquerda, que são gramáticas nas quais toda produção é da forma $A \rightarrow Ab$ ou $A \rightarrow b$, com $A \in V$ e $b \in \Sigma \cup \{\lambda\}$. Uma linguagem linear à esquerda é uma linguagem que pode ser gerada por uma gramática linear à esquerda. Mostre através de um exemplo, que as linguagens lineares à esquerda coincidem com as linguagens lineares à direita.

Gramáticas Livres de Contexto

1. Suponha que $G = (\Sigma, V, S, P)$ seja uma GLC tal que cada produção em P ou é da forma $A \rightarrow wB$ ou da forma $A \rightarrow w$, onde $A, B \in V$ e $w \in \Sigma^*$. $L(G)$ é necessariamente uma LLD? Prove esta afirmação ou ache um contra-exemplo.
2. Converta a seguinte gramática à Forma Normal de Greibach.
- $$\begin{aligned} S &\rightarrow 00A \mid B \mid 1 \\ A &\rightarrow 1AA \mid 2 \\ B &\rightarrow 0 \end{aligned}$$
3. Converta a seguinte gramática à Forma Normal de Greibach.
- $$\begin{aligned} S &\rightarrow SSS \mid RS \mid 0 \\ R &\rightarrow RR \mid SR \mid 1 \end{aligned}$$
4. Escreva a gramática para a linguagem com cadeias que contenham um único a à esquerda e n b 's à direita: ab^n , $n > 0$. Qual é o tipo desta **linguagem**?
5. Construa uma gramática livre de contexto G para a linguagem $L(G) = \{w = xayb \mid x, y \in \{a, b\}^*\}$.

6. Mostre que para qualquer linguagem livre de contexto L , $L - \{\lambda\}$ também é livre de contexto.
7. Considere uma gramática $G = (\Sigma, V, S, P)$, onde $\Sigma = \{0, 1\}$, $V = \{S\}$, $P = \{S \rightarrow 0S1, S \rightarrow 01\}$. Qual o tipo desta gramática segundo a hierarquia de Chomsky? Dê a descrição formal da linguagem gerada por esta gramática. Se for possível, descreva o autômato finito, com o menor número de estados possível, que aceite esta linguagem.
8. Considerando que:
- toda linguagem livre de contexto também é sensível ao contexto;
 - nem toda gramática livre de contexto é sensível ao contexto;
 - há quatro tipos de gramáticas/linguagens segundo Chomsky,

as gramáticas abaixo são livres de contexto? São sensíveis ao contexto? Por que?

- a) $G = (X, V, S, P)$, onde $X = \{a, b\}$, $V = \{A, B\}$, $S = A$, $P = \{A \rightarrow Ba, B \rightarrow BB, Aa \rightarrow Bb, B \rightarrow b, B \rightarrow bA, A \rightarrow a, Ab \rightarrow \lambda\}$
- b) $G = (X, V, S, P)$, onde $X = \{0, 1\}$, $V = \{S\}$, $P = \{S \rightarrow 0S1, S \rightarrow \lambda\}$

Que linguagem é gerada pela gramática do item b?

9. Escreva a gramática para a linguagem com cadeias que contenham um único a a esquerda e n b 's a direita: ab^n , $n > 0$. Qual é o tipo desta linguagem?
10. Construa uma gramática livre de contexto G para a linguagem $L(G) = \{w = xayb \mid x, y \in \{a, b\}^*\}$.
11. Seja $G = (\{0, 1\}, \{A, B\}, A, \{A \rightarrow B0, B \rightarrow BB, A0 \rightarrow B1, B \rightarrow 1, B \rightarrow 1A, A \rightarrow 0, A1 \rightarrow \lambda\})$. Como você descreveria essa gramática? Essa gramática é livre de contexto? Por que? Essa gramática é sensível ao contexto? Por que?
12. Construa gramáticas que gerem as seguintes linguagens:
- (a) $\{a^i b^j \mid j = i\}$
- (b) $\{a^i b^j \mid j = 2i\}$
- (c) $\{a^i b^j \mid j = i \text{ ou } j = 2i\}$
- (d) $\{a^i b^j \mid j \neq i\}$
- (e) $\{a^i b^j \mid j < i \text{ ou } j > 2i\}$
- (f) $\{a^i b^j \mid i \leq j \leq 2i\}$
- (g) $\{a^i b^j c^k \mid i = j \text{ ou } j = k \text{ ou } k = i\}$

13. Quais gramáticas são ambíguas:

(a) $S \rightarrow bA \mid aB$

$A \rightarrow a \mid aS \mid bAA$

$B \rightarrow b \mid bS \mid aBB$

(b) A gramática usada para gerar expressões aritméticas na notação posfix:

$S \rightarrow SS+ \mid SS- \mid SS^* \mid x \mid y$

ou na notação prefix:

$S \rightarrow +SS \mid -SS \mid *SS \mid x \mid y$

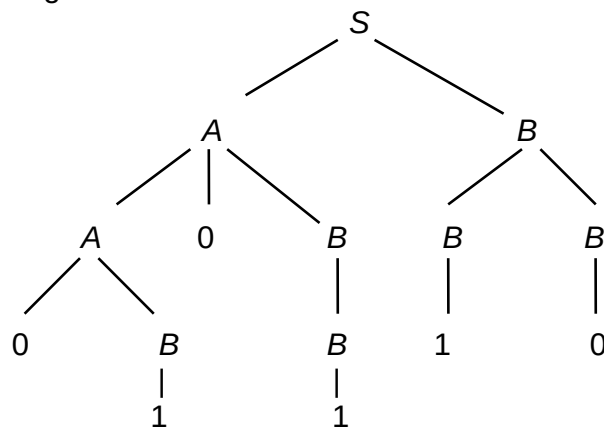
(c) A gramática para gerar parênteses aninhados:

$S \rightarrow (S) \mid () \mid SS$

(d) A gramática que define os operadores lógicos and e or

$E \rightarrow E \text{ or } E \mid E \text{ and } E \mid (E) \mid a$

14. Suponha que G é uma gramática livre de contexto (GLC) a partir da qual a cadeia 010110 pode ser derivada. Suponha que a árvore de derivação para 010110, dada na figura abaixo, inclui todas as produções de G . Mostre que G é ambígua.



15. Observe a gramática abaixo:

$S \rightarrow (L) \mid a$

$L \rightarrow L, S \mid S$

(i) que linguagem essa gramática gera?

(ii) construa uma derivação mais à direita para $(a, (a, a))$

Gramáticas Sensíveis ao Contexto

1. Seja o seguinte conjunto de produções de uma gramática livre de contexto G :

$P = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow 0, A \rightarrow 1, A \rightarrow \lambda, B \rightarrow 1\}$

a) Descreva $L(G)$;

b) $L(G)$ é sensível ao contexto?