

9a. Lista de Exercícios – Integral – 04/06/2012

1. Calcule as seguintes integrais indefinidas

a) $\int (4x^3 - 1)^8 x^2 dx$	h) $\int \arctan \sqrt{x} dx$
b) $\int x^{2/3} (2 - x^{5/3})^{-5} dx$	i) $\int \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx$
c) $\int \frac{2+3x}{\sqrt{1+4x+3x^2}} dx$	j) $\int x \arctan x dx$
d) $\int \sin^3 ax \cos ax dx$	k) $\int x^2 \sin x dx$
e) $\int \cos^n x \sin x dx$	l) $\int \frac{x}{\sqrt{2x+1}} dx$
f) $\int \sec(x/2) \tan(x/2) dx$	m) $\int x^3 \sqrt{1-x^2} dx$
g) $\int \frac{x^2}{1+x^2} dx$	n) $\int \sec^4 x dx$

2. Calcule

- (a) $\int x^2 \sqrt{x^3 + 1} dx$ (substituição)
- (b) $\int \sec x \tan x \sqrt{1 + \sec x} dx$ (substituição)
- (c) $\int e^x \sin(e^x) dx$ (substituição)
- (d) $\int x e^{2x} dx$ (partes)
- (e) $\int x^2 \cos 3x dx$ (partes)
- (f) $\int_1^4 \ln \sqrt{x} dx$ (partes)
- (g) $\int \sin^3 \cos^2 x dx$
- (h) $\int_0^{\pi/2} \sin^2 \cos^2 x dx$
- (i) $\int \tan^2 x \sec x dx$
- (j) $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{x^2 - 9}} dx$ (substituição $x = 3 \sec \theta$)

- (k) $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2+9}} dx$ (substituição $x = 3 \tan \theta$)
- (l) $\int_0^2 x^2 \sqrt{x^2+4} dx$
- (m) $\int \frac{x^2}{x+1} dx$
- (n) $\int \frac{x-9}{(x+5)(x-2)} dx$
- (o) $\int \frac{2x+3}{(x+1)^2} dx$
- (p) $\int \frac{x^3}{x^2+1} dx$
3. Calcule a área da região que está à direita do eixo y e à esquerda da parábola $x = 2y - y^2$.
4. Calcule a área da região limitada pelas curvas $y = \sin x$, $y = \sin 2x$, $x = 0$ e $x = \pi/2$.
5. Use integração por partes para mostrar que a integral indefinida

$$\int \cos^n x dx,$$

com $n \geq 3$ natural, pode ser reduzida à integral

$$\int \cos^{n-2} x dx.$$

6. Use integração por partes para obter a fórmula de redução

$$\int x^n \sin x dx = -x^n \cos x + n \int x^{n-1} \cos x dx,$$

com $n \geq 1$ natural.

7. Seja $f : [-a, a] \rightarrow \mathbb{R}$ é integrável.

(a) Mostre que se f é par, então

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx.$$

(b) Mostre que se f é ímpar, então

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 0.$$

8. Se $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função w -periódica e integrável em qualquer intervalo da reta, mostre que

$$\int_0^w f(x) dx = \int_a^{a+w} f(x) dx$$

para para todo $a \in \mathbb{R}$.