UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS MATEMÁTICAS E DE COMPUTAÇÃO
http://www.icmc.usp.br
Departamento de Ciências de Computação

SCC-630 - Capítulo 1
Métodos de Busca

João Luís Garcia Rosa[1]

[1]Departamento de Ciências de Computação
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação
Universidade de São Paulo - São Carlos
http://www.icmc.usp.br/~joaoluis

2011

Sumário

1. Formulação do Problema
   - Solução de Problemas
   - Tipos de Problemas
   - Sistema de Produção
2. Estratégias de Controle
   - Backtracking
   - Busca em Grafos
3. Procedimentos de Busca
   - Busca Cega
   - Busca Heurística

Sumário

1. Formulação do Problema
   - Solução de Problemas
   - Tipos de Problemas
   - Sistema de Produção
2. Estratégias de Controle
   - Backtracking
   - Busca em Grafos
3. Procedimentos de Busca
   - Busca Cega
   - Busca Heurística

Férias na Romênia

- Férias na Romênia; atualmente em Arad.
- Os vôos partem amanhã de Bucharest.
- Formular meta:
  - estar em Bucharest
- Formular problema:
  - estados: várias cidades
  - ações: dirigir entre cidades
- Achar solução:
  - seqüência de cidades, e.g., Arad, Sibiu, Fagaras, Bucharest

Romênia

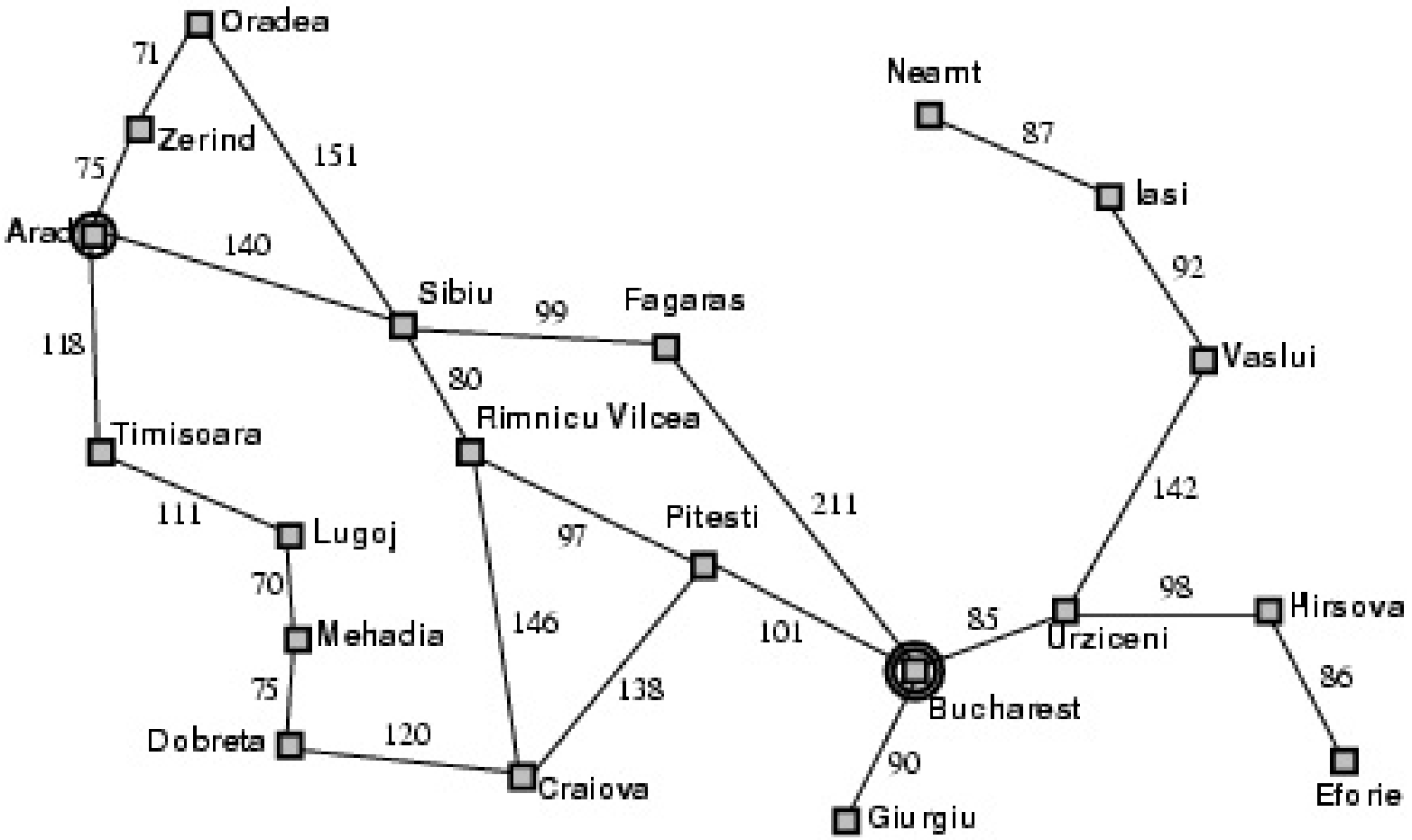


Figure: Fonte: Russell e Norvig [3]

Sumário

1. Formulação do Problema
   - Solução de Problemas
   - Tipos de Problemas
   - Sistema de Produção
2. Estratégias de Controle
   - Backtracking
   - Busca em Grafos
3. Procedimentos de Busca
   - Busca Cega
   - Busca Heurística

Tipos de Problemas

- Determinístico, totalmente observável $\Rightarrow$ problema de único estado
  - O agente sabe exatamente em qual estado estará; solução é uma seqüência
- Não observável $\Rightarrow$ problema sem sensores
  - O agente pode não ter idéia de onde está; solução é uma seqüência
- Não-determinístico e/ou parcialmente observável $\Rightarrow$ problema de contingência
  - Os perceptores provêem informação *nova* sobre o estado corrente
- Espaço de estados desconhecido $\Rightarrow$ problema de exploração

Aspirador

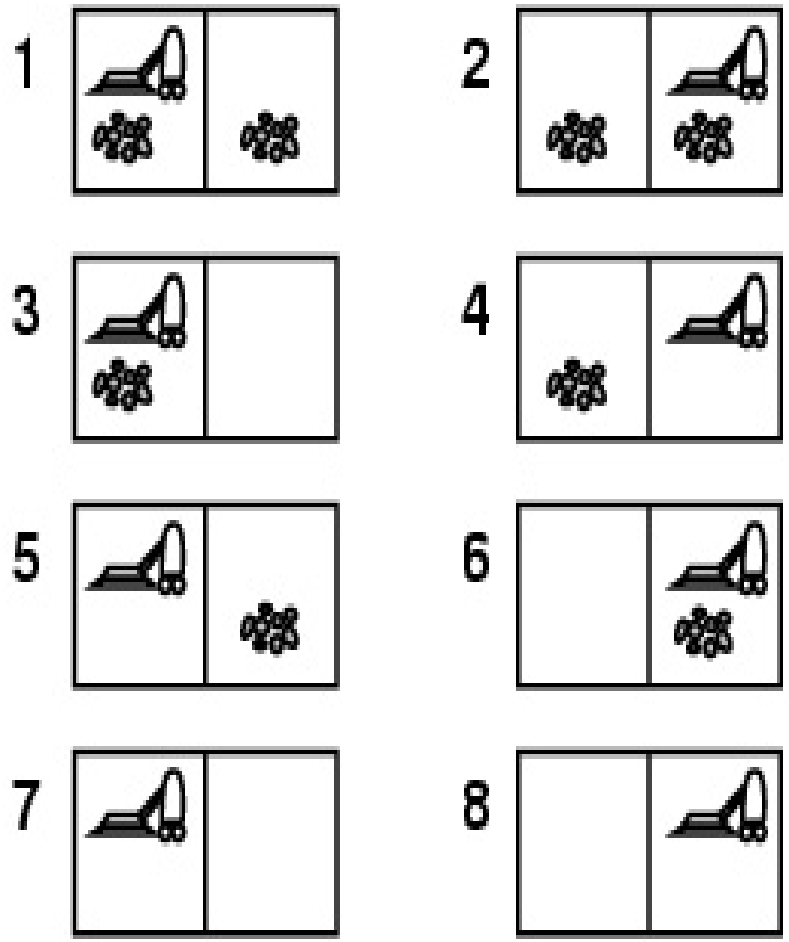


Figure: Fonte: Russell e Norvig [3]

Aspirador

- Estado único, começa no #5.
  Solução? [Direita, Aspira]
- Sem sensores, começa em {1,2,3,4,5,6,7,8} e.g., *Direita* vai para {2,4,6,8}
  Solução? [Direita, Aspira, Esquerda, Aspira]

Contingência

- Não-determinístico: Aspirar pode sujar um carpete limpo
- Parcialmente observável: local, sujeira no local corrente.
- Perceptor: [E, Limpa], i.e., começa no #5 ou #7
  Solução? [Direita, **se** sujeira **então** Aspira]

Formulação de um Problema de Estado Único

- Um problema é definido por quatro itens:
  1. estado inicial e.g., “em Arad”
  2. ações ou função sucessor $S(x)$ = *conjunto de pares ação-estado*
     - e.g., $S(Arad) = \{< Arad \rightarrow Zerind, Zerind >, ...\}$
  3. teste da meta, pode ser
     - explícito, e.g., *x = “em Bucharest”*
     - implícito, e.g., *Checkmate(x)*
  4. custo do caminho (aditivo)
     - e.g., soma das distâncias, número de ações executadas, etc.
     - *c(x,a,y)* é o custo do passo, assumido ser = 0
- Uma solução é uma seqüência de ações que leva do estado inicial a um estado meta

Selecionando um Espaço de Estados

- O mundo real é absurdamente complexo
  $\rightarrow$ o espaço de estados deve ser restringido para a resolução de problemas
- Estado (restrito) = conjunto de estados reais
- Ação (restrita) = combinação complexa de ações reais
  - e.g., "Arad $\rightarrow$ Zerind" representa um conjunto complexo de possíveis rotas, desvios, paradas, etc.
- Para a garantia da realização, qualquer estado real "em Arad" deve levar a algum estado real "em Zerind"
- Solução (restrita) =
  - conjunto de caminhos reais que são soluções no mundo real
- Cada ação restrita deve ser "mais fácil" que o problema original

Grafo do Espaço de Estados do Aspirador

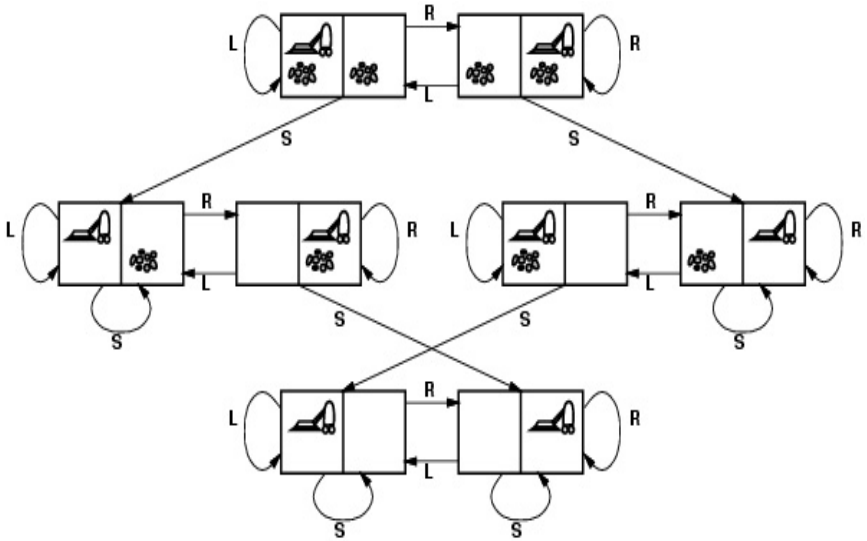


Figure: Fonte: Russell e Norvig [3]

- estados? posição da sujeira e do robô: inteiros
- ações? *Esquerda*, *Direita*, *Aspirar*
- teste da meta? sem sujeira em todas as posições
- custo do caminho? 1 por ação

Exemplo: Quebra-cabeça de 8 Peças

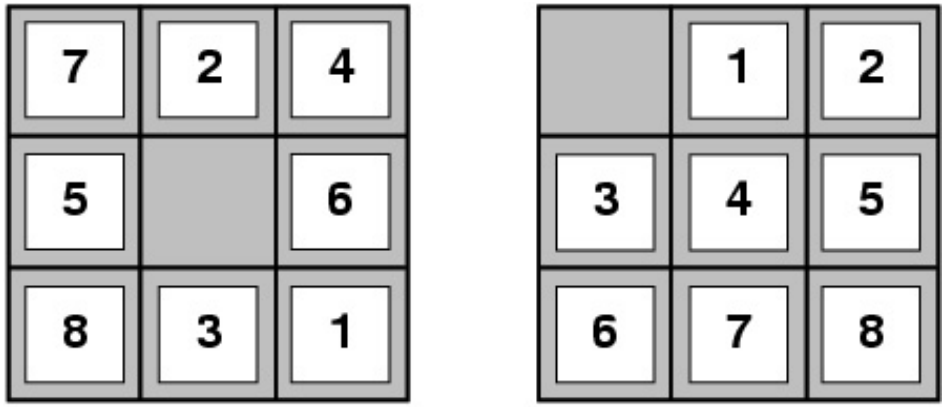


Figure: Fonte: Russell e Norvig [3]

- estados? posições das peças
- ações? mover branco para esquerda, direita, cima, baixo
- teste da meta? = estado meta (dado)
- custo do caminho? 1 por movimento

Exemplo: Problema das *n* Rainhas

- Colocar *n* rainhas em um tabuleiro *n* x *n* com uma única rainha em cada linha, coluna e diagonal.
- Para *n* = 8:

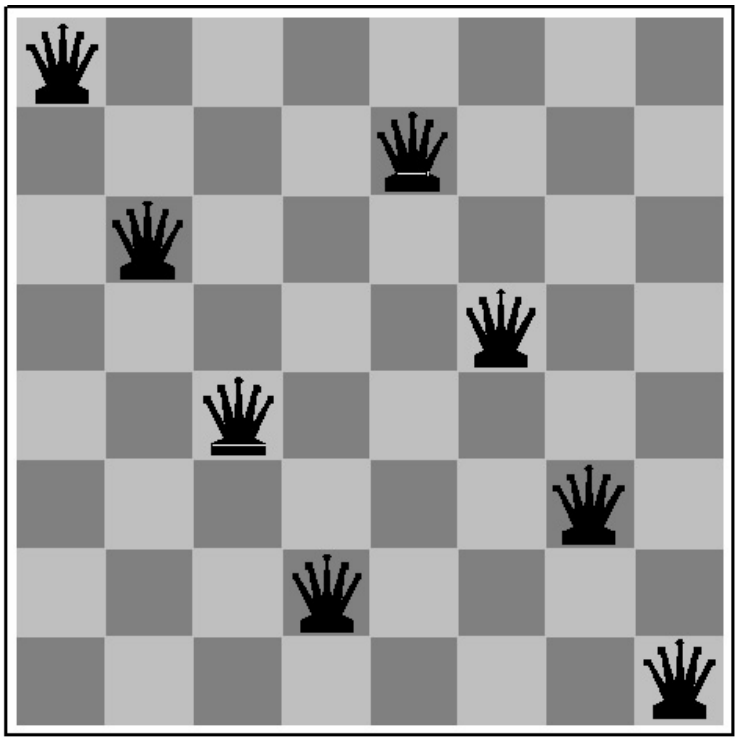
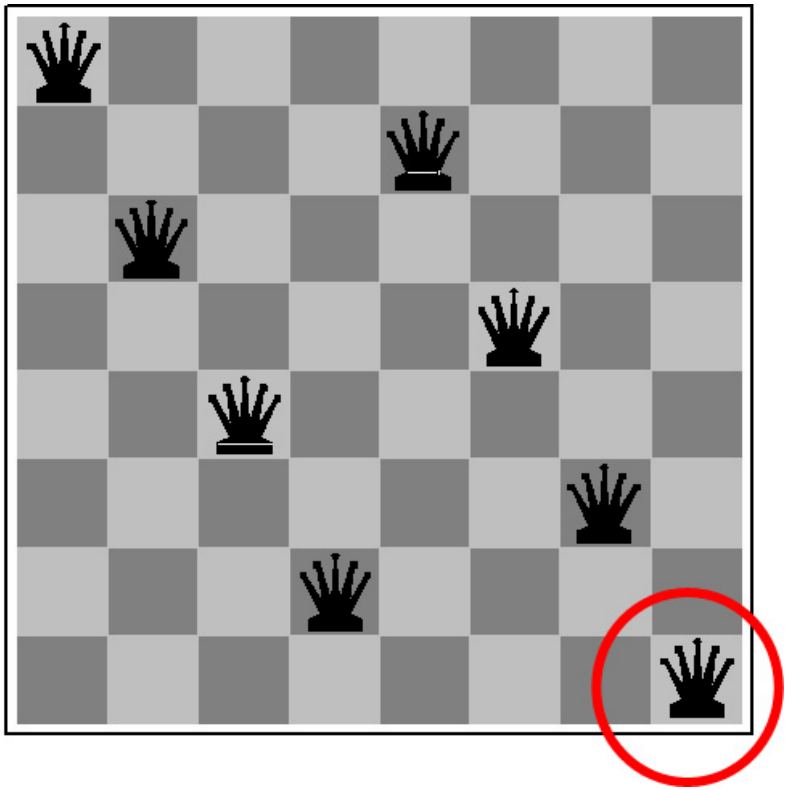


Figure: Fonte: Russell e Norvig [3]

Exemplo: Problema das *n* Rainhas

- Colocar *n* rainhas em um tabuleiro *n* x *n* com uma única rainha em cada linha, coluna e diagonal.
- Para $n = 8$:



Sumário

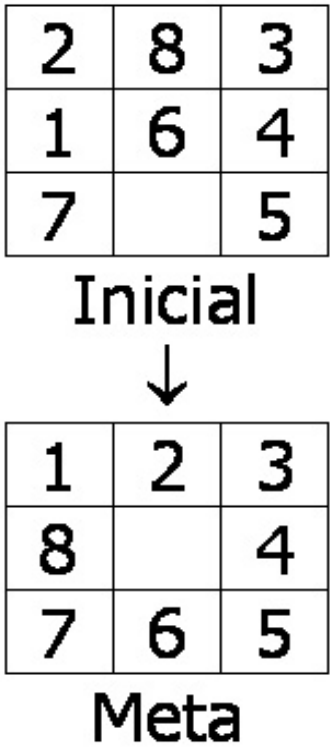
1. Formulação do Problema
   - Solução de Problemas
   - Tipos de Problemas
   - Sistema de Produção
2. Estratégias de Controle
   - Backtracking
   - Busca em Grafos
3. Procedimentos de Busca
   - Busca Cega
   - Busca Heurística

Definição

Um Sistema de Produção (SP) é composto por três elementos principais:

- Base de dados global
- Regras de produção
- Sistema de controle

Exemplo: Quebra-cabeça de 8 Peças



Produção

Procedimento PRODUÇÃO

1. DADOS ← base de dados inicial
2. até DADOS satisfazer a condição de terminação, faça:
   1. selecione alguma regra, R, no conjunto de regras que possa ser aplicada a DADOS
   2. DADOS ← resultado da aplicação de R a DADOS

Sistema de Controle

- *Controle*: Passo 2 dentro do loop: maior problema
- Procedimentos de busca:
  - não-informados (busca cega)
  - informados (busca heurística)

Regime de Controle

- *Regime de Controle*: A forma como é conduzido um processo de busca
- Dois tipos principais:
  - irrevogável
  - tentativo

Estratégias de Controle

- Dentro do regime de controle existem as estratégias de controle.
- Dois tipos de estratégia de controle dentro do regime de controle tentativo:
  - *Backtracking*
  - Busca em grafos

Sumário

1 Formulação do Problema
- Solução de Problemas
- Tipos de Problemas
- Sistema de Produção

2 Estratégias de Controle
- Backtracking
- Busca em Grafos

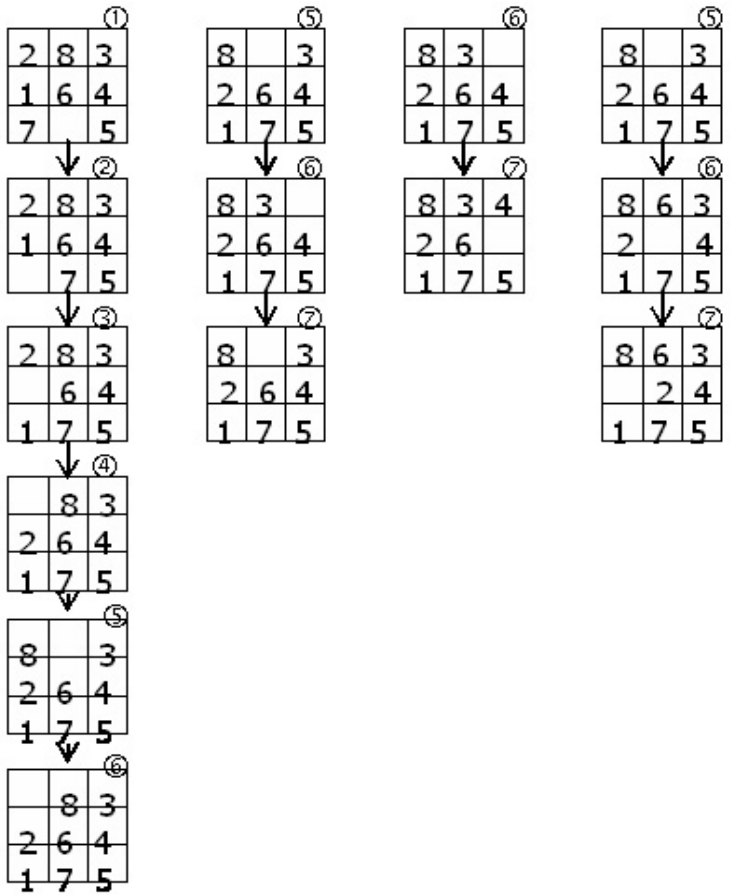
3 Procedimentos de Busca
- Busca Cega
- Busca Heurística

Backtracking

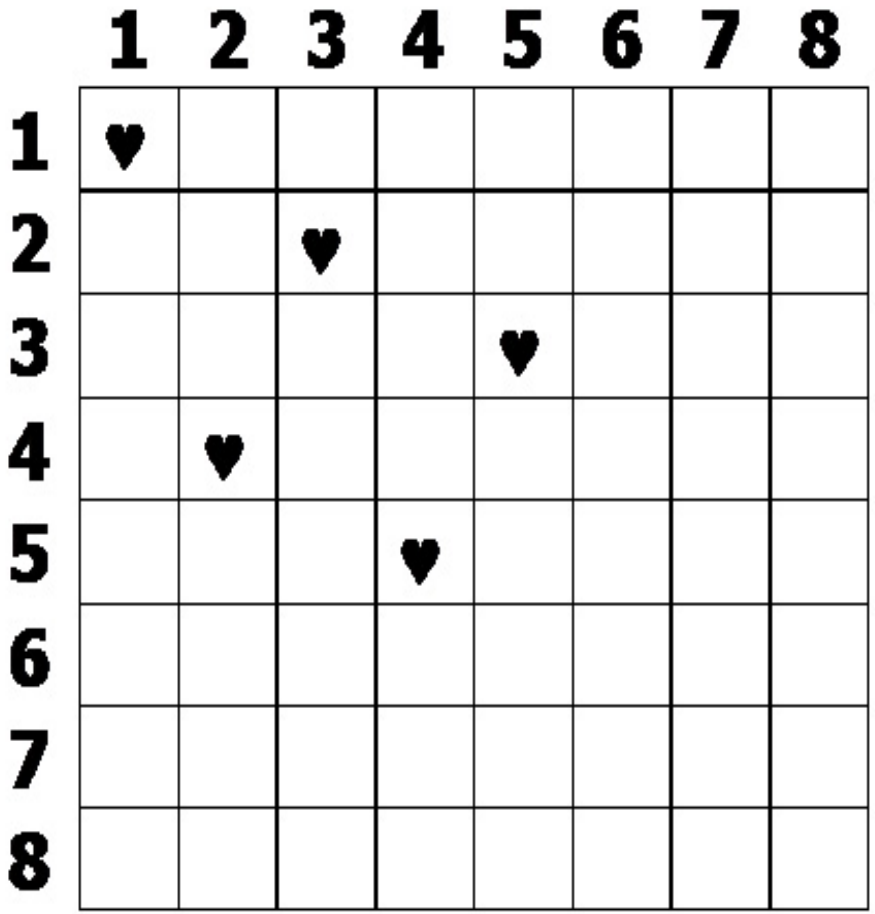
Procedimento Recursivo BACKTRACK (DADOS) [1]

1. se TERMO(DADOS), retorne []
2. se DEADEND(DADOS), retorne *FALHA*
3. REGRAS $\Leftarrow$ REGRASAPL(DADOS)
4. **LOOP**: se NULL(REGRAS), retorne *FALHA*
5. R $\Leftarrow$ PRIMEIRA(REGRAS)
6. REGRAS $\Leftarrow$ CAUDA(REGRAS)
7. RDADOS $\Leftarrow$ R(DADOS)
8. CAMINHO $\Leftarrow$ BACKTRACK(RDADOS)
9. se CAMINHO = *FALHA*, vá para **LOOP**
10. retorne CONC(R,CAMINHO)

Exemplo: Quebra-cabeças de 8 Peças

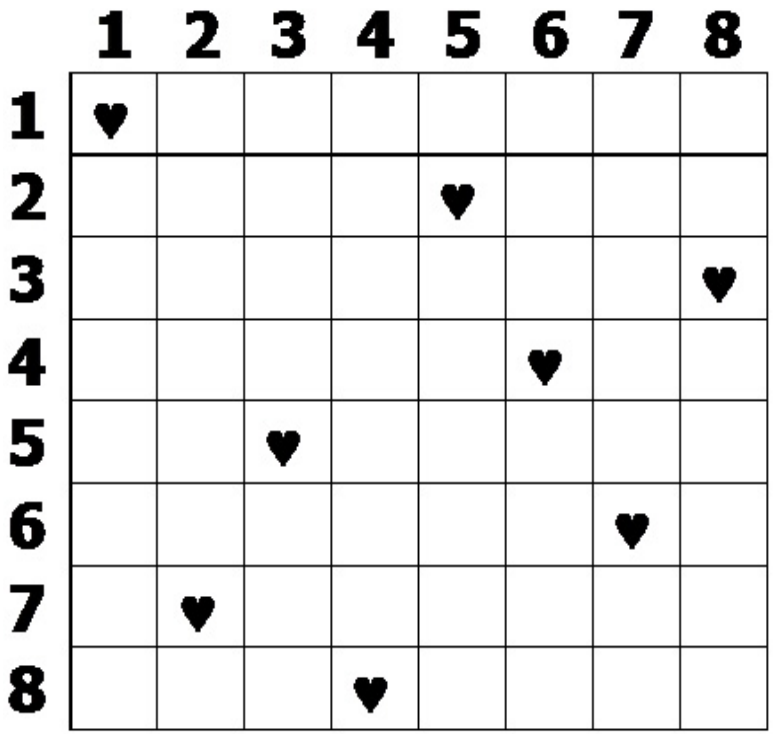


Exemplo: Problema das 8 Rainhas



Exemplo: Problema das 8 Rainhas

Uma solução depois de 91 backtrackings:



Sumário

1 Formulação do Problema
- Solução de Problemas
- Tipos de Problemas
- Sistema de Produção

2 Estratégias de Controle
- Backtracking
- Busca em Grafos

3 Procedimentos de Busca
- Busca Cega
- Busca Heurística

Busca em Grafos

- No backtracking: o sistema de controle armazena somente o caminho correntemente sendo estendido.
- Um procedimento mais flexível envolve o armazenamento explícito de todos os caminhos de tal forma que qualquer um deles pode ser candidato a futura extensão: BUSCA EM GRAFOS.

Busca em Grafos

Notação de grafos:

- *Grafo*: conjunto (não necessariamente finito) de nós.
- *Arcos direcionados*: Certos pares de nós são conectados por arcos, e estes arcos são direcionados de um membro do par ao outro (grafo direcionado).
- *Sucessor/pai*: Se um arco é direcionado do nó n_i para o nó n_j, então o nó n_j é o sucessor do nó n_i, e o nó n_i é o pai do nó n_j.
- *Árvore*: caso especial de um grafo no qual cada nó tem, no máximo, um pai.
- *Raiz*: Um nó na árvore que não tem pai é chamado de nó raiz.
- *Folha*: Um nó na árvore que não tem sucessores é chamado de nó folha.

Busca em Grafos

Notação de grafos:

- *Profundidade*: Diz-se que o nó raiz é de profundidade zero. A profundidade de qualquer outro nó na árvore é, por definição, a profundidade de seus pais mais 1.
- *Caminho*: Uma seqüência de nós (n_1, n_2, ...,n_k), com cada n_i um sucessor de n_{i-1}, para $i = 2, ..., k$, é chamada de um caminho de comprimento k do nó n_1 para o nó n_k. Se um caminho existe entre o nó n_i para o nó n_j, então o nó n_j é acessível a partir do nó n_i.
- *Descendente e ancestral*: O nó n_j é então um descendente do nó n_i, e o nó n_i é um ancestral do nó n_j.

Busca em Grafos

IMPORTANTE

- Para este modelo, os *nós* são rotulados por **bases de dados** e os *arcos* são rotulados por **regras**.
- Note que o problema de achar uma seqüência de regras para transformar uma base de dados em outra é equivalente ao problema de achar um caminho num grafo.

Busca em Grafos

Custo:

- É conveniente atribuir custos positivos aos arcos, para representar o custo da aplicação da regra correspondente.
- Usa-se a notação $c(n_i, n_j)$ para denotar o custo de um arco direcionado do nó n_i para o nó n_j.
- O custo de um caminho entre dois nós é a soma dos custos de todos os arcos que conectam os nós no caminho.
- Em alguns problemas, deseja-se achar o caminho que tenha custo mínimo entre dois nós.

Busca em Grafos

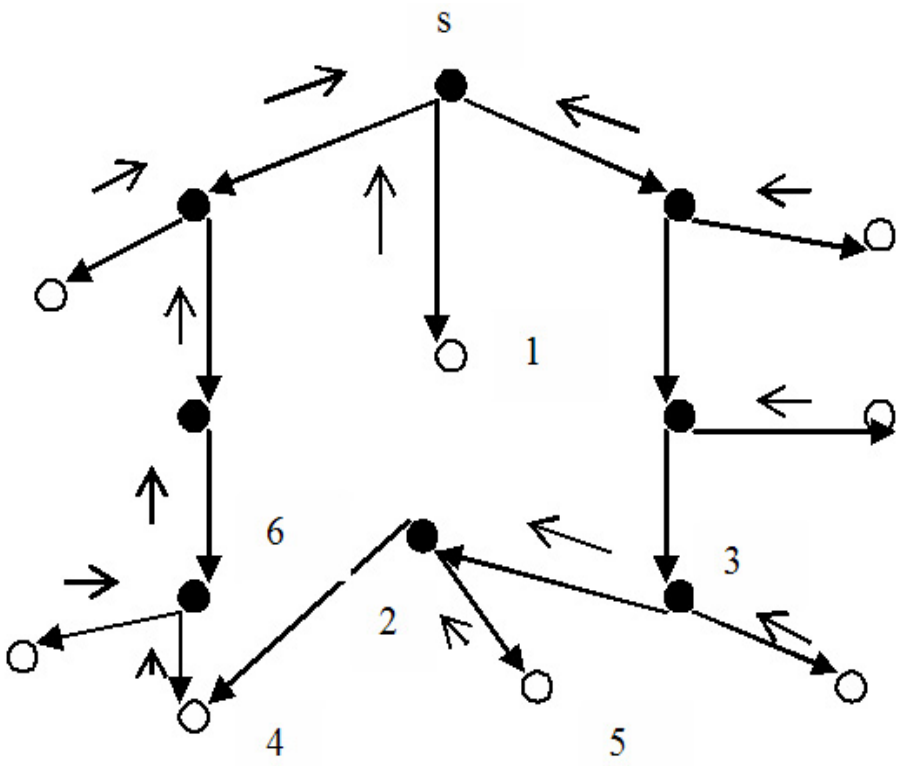
No tipo mais simples de problema, deseja-se achar um caminho (talvez tendo custo mínimo) entre um nó dado s, representando a base de dados inicial e um outro nó dado t, representando alguma outra base de dados. A situação mais usual envolve achar um caminho entre o nó s e qualquer membro do conjunto de nós $\{t_i\}$ que representa as bases de dados que satisfazem a condição de terminação. Chama-se o conjunto $\{t_i\}$ o conjunto meta e cada nó t em $\{t_i\}$ é um nó meta.

Procedimento Busca em Grafos [1]

1. Crie um grafo de busca, *G*, consistindo somente do nó inicial, *s*. Ponha *s* numa lista chamada *ABERTOS*.
2. Crie uma lista chamada *FECHADOS* que está inicialmente vazia.
3. **LOOP**: se *ABERTOS* está vazia, saia com falha.
4. Selecione o primeiro nó em *ABERTOS*, remova-o de *ABERTOS*, ponha-o em *FECHADOS*. Chame este nó de *n*.
5. Se *n* é um nó meta, saia com sucesso com a solução obtida traçando um caminho entre os ponteiros de *n* para *s* em *G*.
6. Expanda o nó *n*, gerando o conjunto, *M*, de seus sucessores que não são ancestrais de *n*. Instale estes membros de *M* como sucessores de *n* em *G*.
7. Estabeleça um ponteiro para *n* a partir daqueles membros de *M* que ainda não estejam nem em *ABERTOS* nem em *FECHADOS*. Adicione estes membros de *M* a *ABERTOS*.
8. (Re)ordene a lista *ABERTOS*, arbitrariamente ou de acordo com mérito heurístico.
9. Vá para **LOOP**.

Procedimento Busca em Grafos

Passo 7: Para cada membro de *M* que já esteja em *ABERTOS* ou *FECHADOS*, decida se direciona ou não seu ponteiro para *n*. Para cada membro de *M* já em *FECHADOS*, decida para cada um de seus descendentes em *G* se redireciona ou não o seu ponteiro.



Sumário

1. Formulação do Problema
   - Solução de Problemas
   - Tipos de Problemas
   - Sistema de Produção
2. Estratégias de Controle
   - Backtracking
   - Busca em Grafos
3. Procedimentos de Busca
   - Busca Cega
   - Busca Heurística

Procedimentos Não-informados de Busca em Grafos

As estratégias não-informadas usam apenas a informação disponível na definição do problema

- Busca em largura
- Busca em profundidade
- Busca em profundidade limitada
- Busca por aprofundamento iterativo
- Outras.

Procedimentos Não-informados de Busca em Grafos

- Estratégias de busca: Uma estratégia é definida através da ordem da expansão dos nós
- Avaliação:
  - Completeza: sempre acha a solução se ela existir?
  - Complexidade temporal: número de nós gerados / expandidos
  - Complexidade espacial: número máximo de nós na memória
  - Otimalidade: sempre acha a solução de custo mínimo?

b = fator de ramificação máximo
d = profundidade da solução de menor custo
m = profundidade máxima do espaço de estados (pode ser ∞)

Busca em Largura

- Expanda o nó de menor profundidade ainda não expandido
- Implementação:
  - ABERTOS é uma lista FIFO, i.e., novos sucessores entram no final

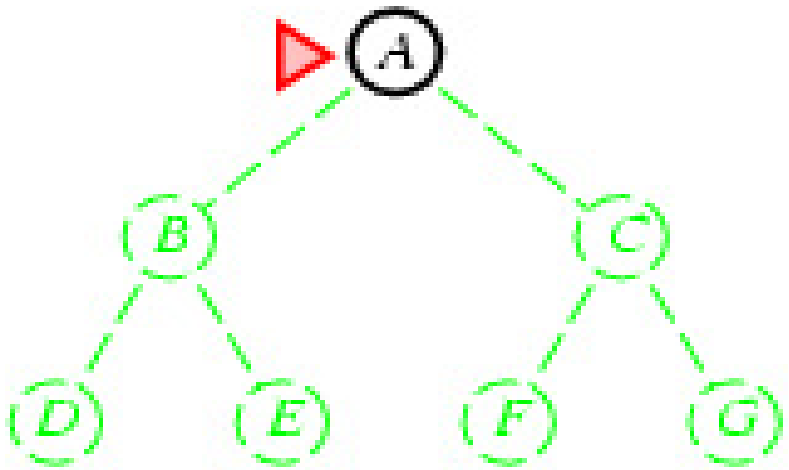
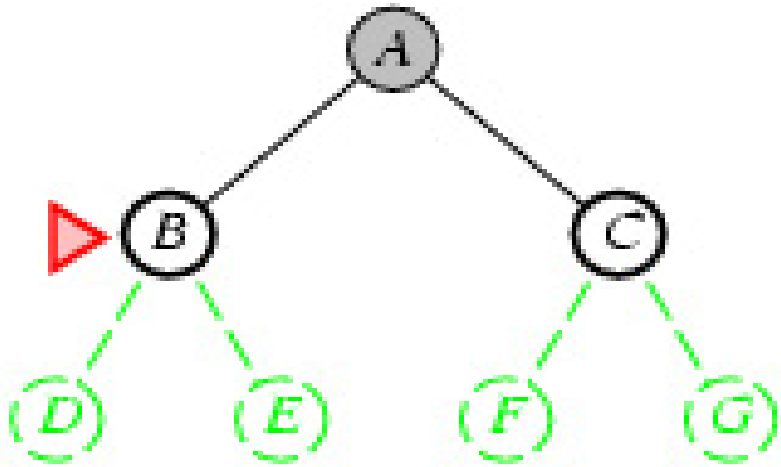


Figure: Fonte: Russell e Norvig [3]

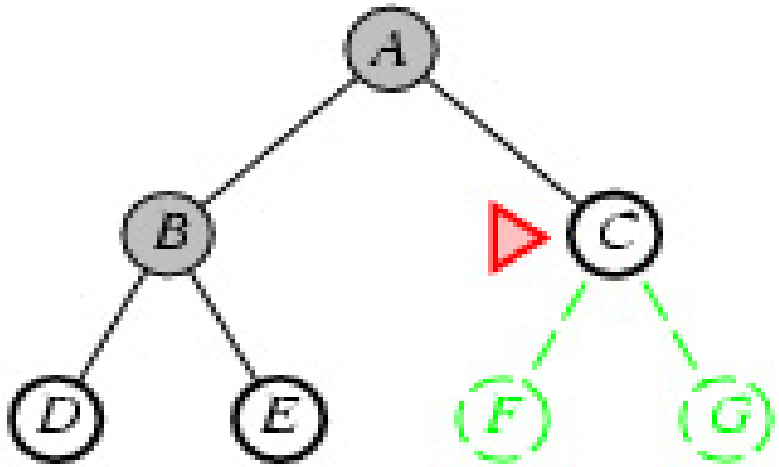
Busca em Largura

- Expanda o nó de menor profundidade ainda não expandido
- Implementação:
  - ABERTOS é uma lista FIFO, i.e., novos sucessores entram no final



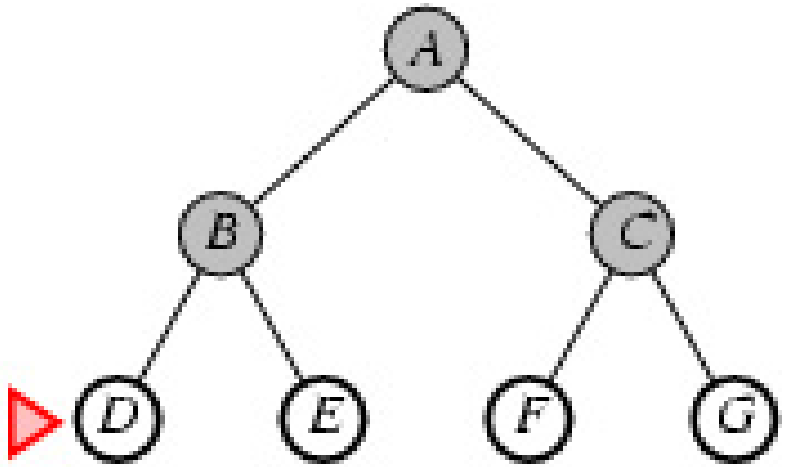
Busca em Largura

- Expanda o nó de menor profundidade ainda não expandido
- Implementação:
  - ABERTOS é uma lista FIFO, i.e., novos sucessores entram no final



Busca em Largura

- Expanda o nó de menor profundidade ainda não expandido
- Implementação:
  - ABERTOS é uma lista FIFO, i.e., novos sucessores entram no final



Propriedades da Busca em Largura

- Completa? Sim (se b é finito).
- Tempo? $1 + b + b^2 + ... + b^d + b(b^d - 1) = \mathcal{O}(b^{d+1})$.
- Espaço? $\mathcal{O}(b^{d+1})$ (mantém todo nó na memória).
- Ótima? Sim (se custo = 1 por passo); não ótima em geral.

Espaço é o maior problema:
pode-se facilmente gerar nós a 10MB/s, tal que 24h = 860GB.

Busca em Profundidade

- Expanda o nó de maior profundidade ainda não expandido
- Implementação:
  - ABERTOS é uma lista LIFO, i.e., novos sucessores entram no início

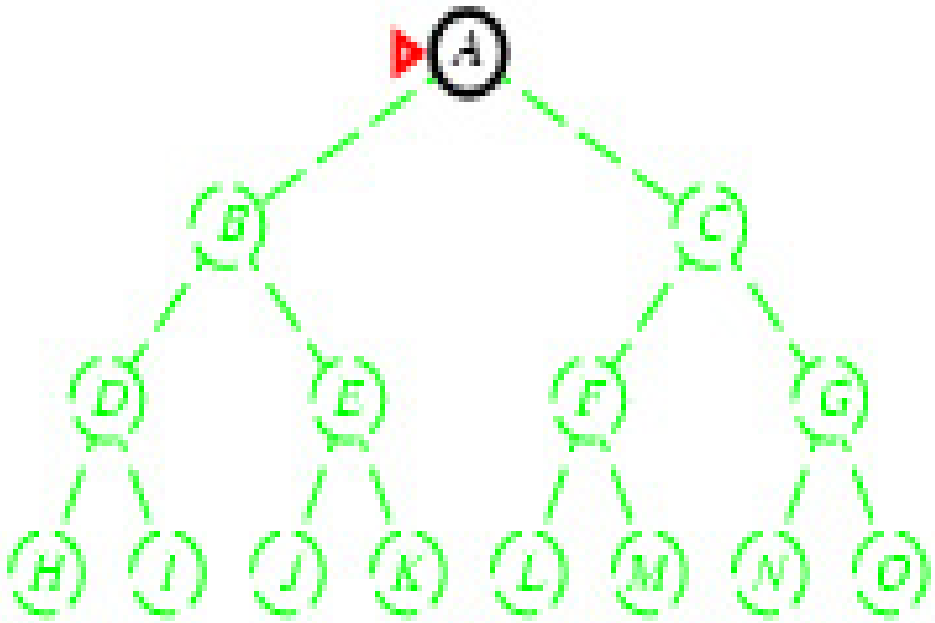
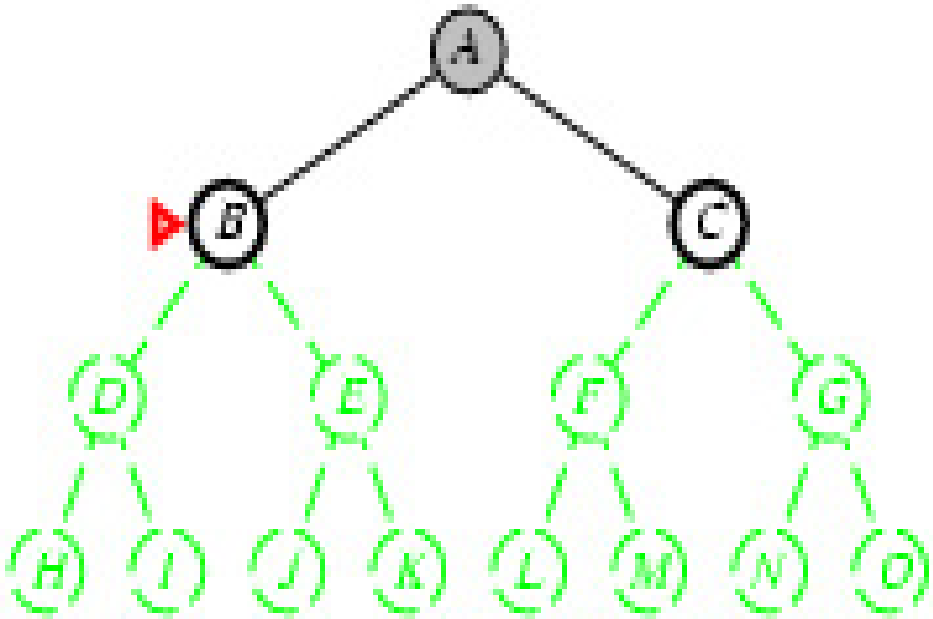


Figure: Fonte: Russell e Norvig [3]

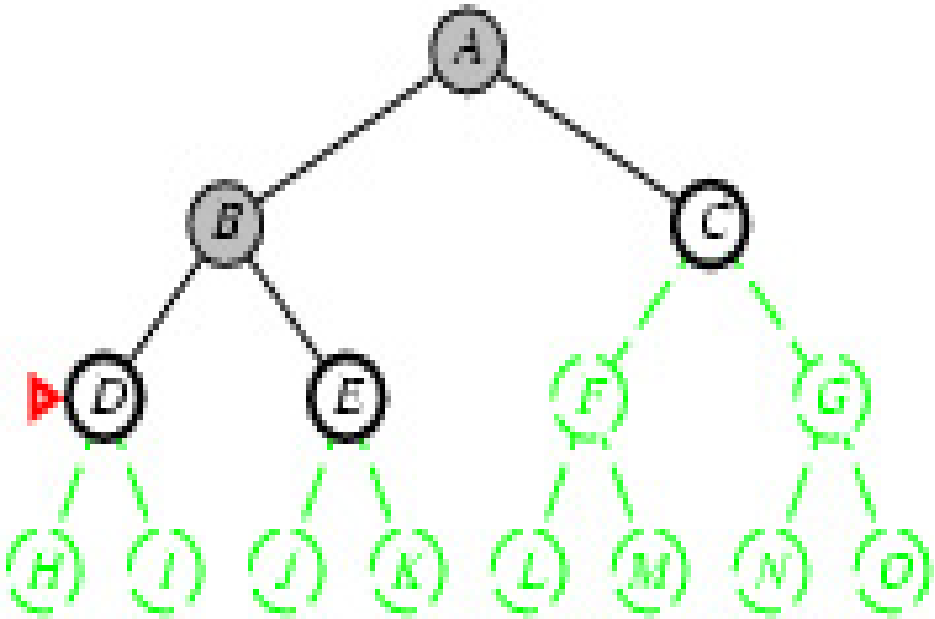
Busca em Profundidade

- Expanda o nó de maior profundidade ainda não expandido
- Implementação:
  - ABERTOS é uma lista LIFO, i.e., novos sucessores entram no início



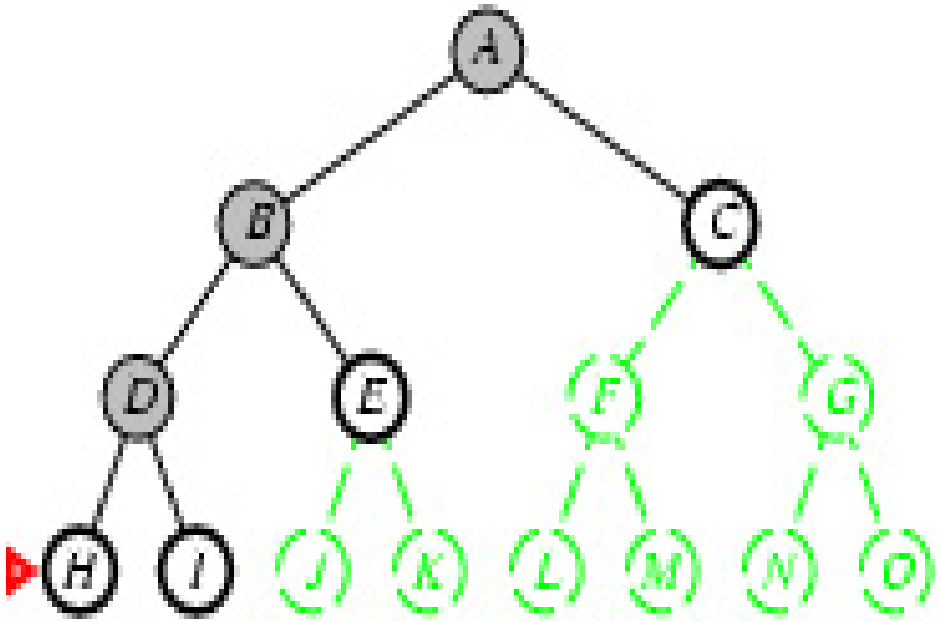
Busca em Profundidade

- Expanda o nó de maior profundidade ainda não expandido
- Implementação:
  - ABERTOS é uma lista LIFO, i.e., novos sucessores entram no início



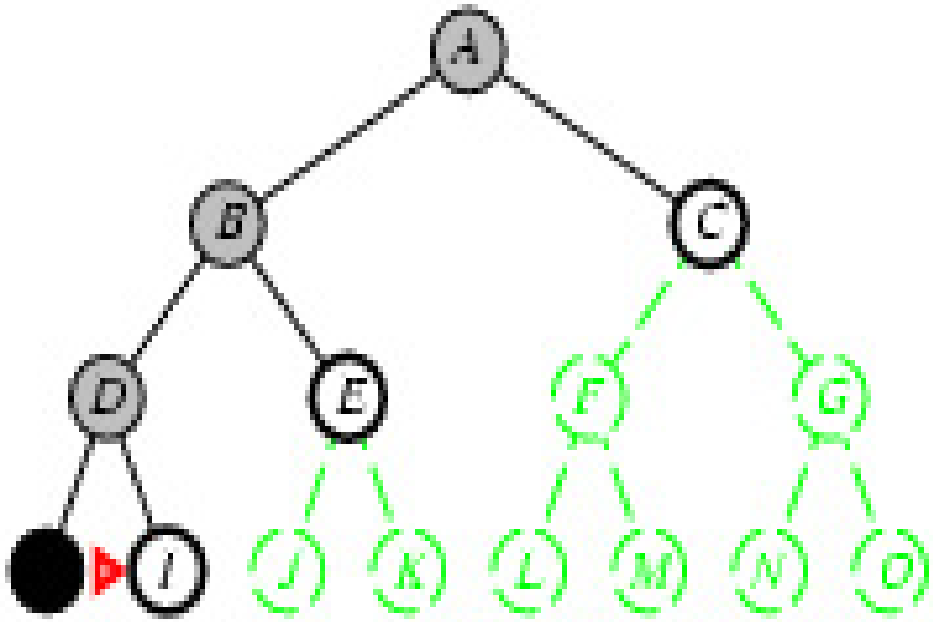
Busca em Profundidade

- Expanda o nó de maior profundidade ainda não expandido
- Implementação:
  - ABERTOS é uma lista LIFO, i.e., novos sucessores entram no início



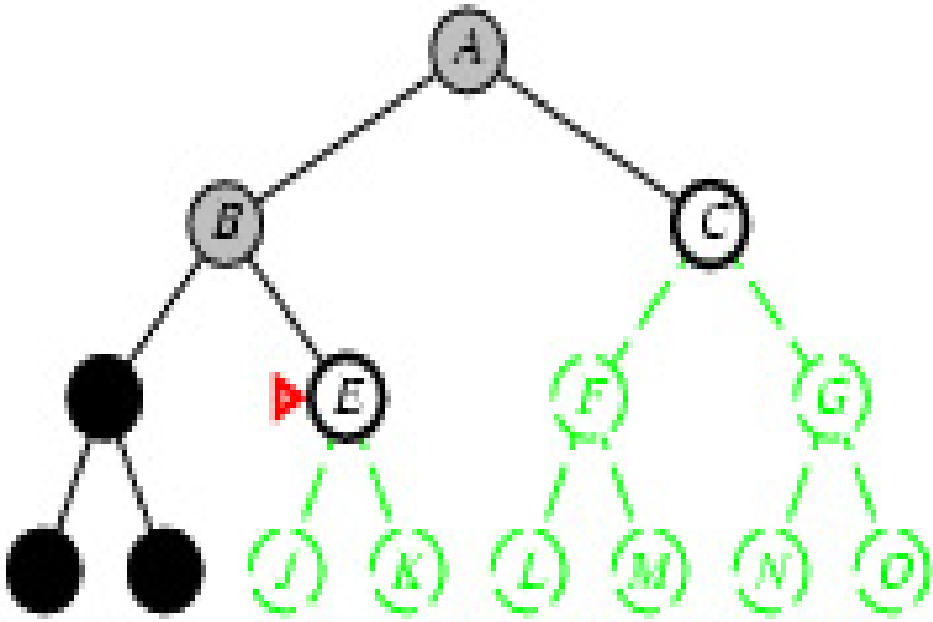
Busca em Profundidade

- Expanda o nó de maior profundidade ainda não expandido
- Implementação:
  - ABERTOS é uma lista LIFO, i.e., novos sucessores entram no início



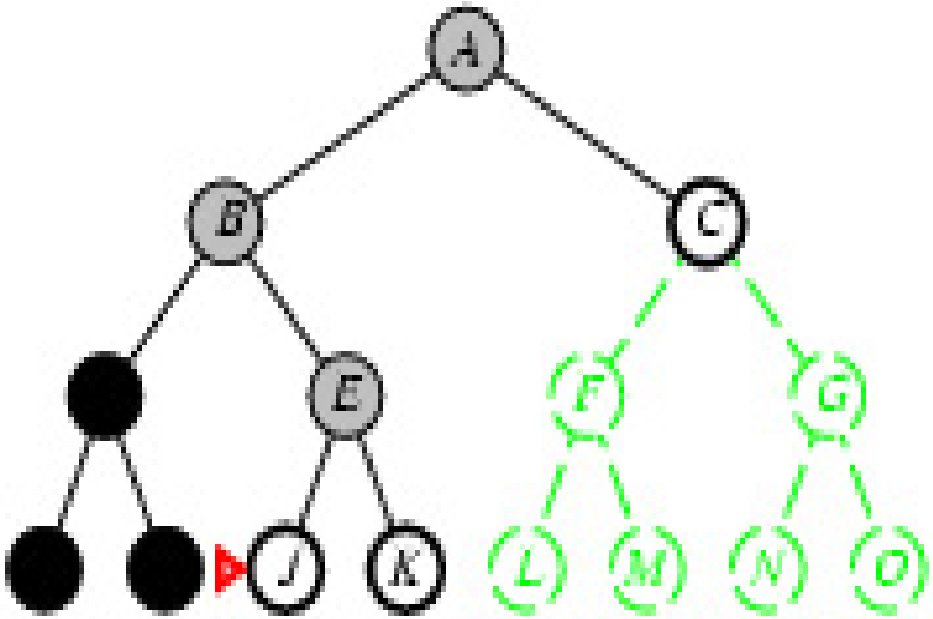
Busca em Profundidade

- Expanda o nó de maior profundidade ainda não expandido
- Implementação:
  - ABERTOS é uma lista LIFO, i.e., novos sucessores entram no início



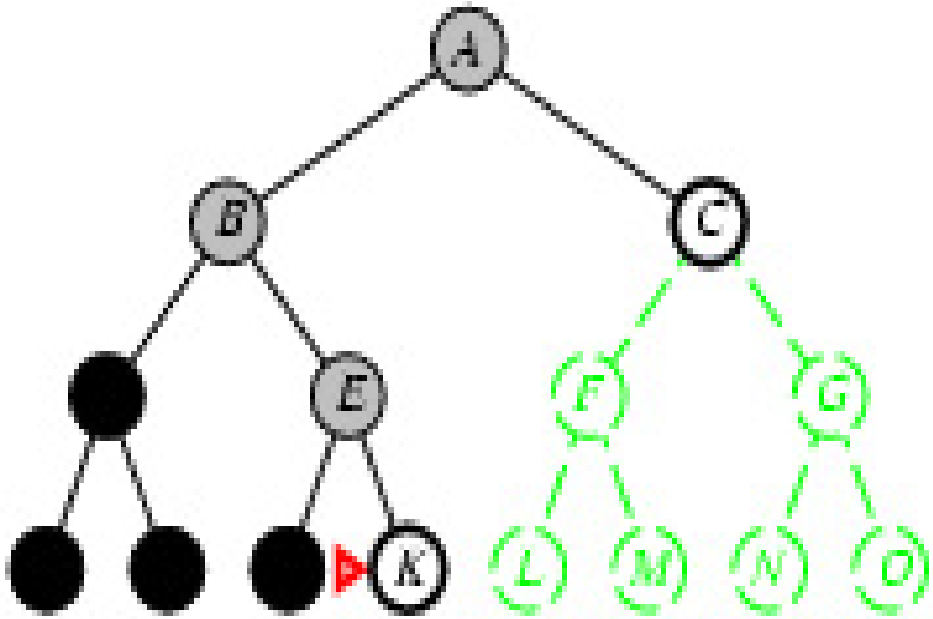
Busca em Profundidade

- Expanda o nó de maior profundidade ainda não expandido
- Implementação:
  - ABERTOS é uma lista LIFO, i.e., novos sucessores entram no início



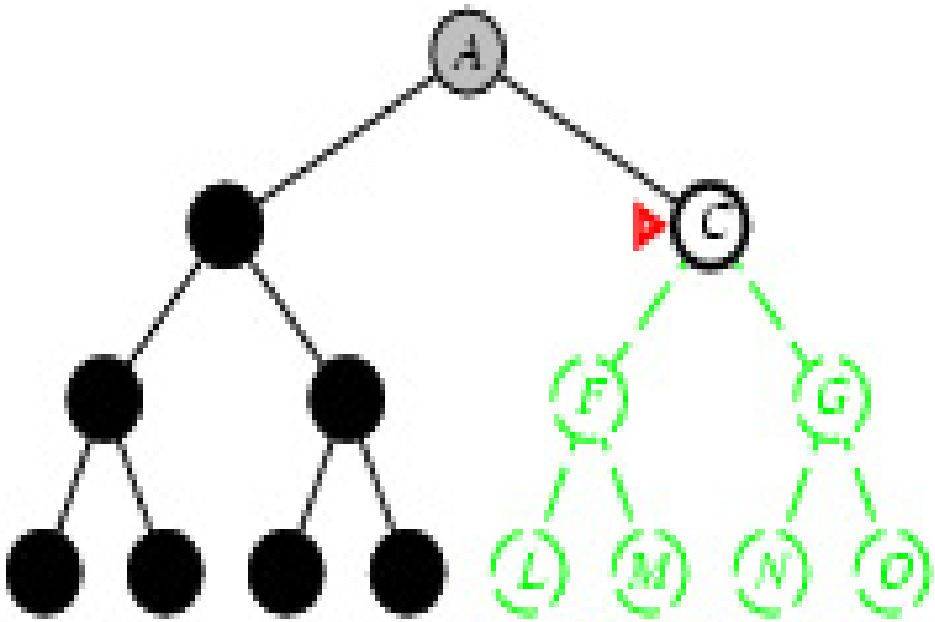
Busca em Profundidade

- Expanda o nó de maior profundidade ainda não expandido
- Implementação:
  - ABERTOS é uma lista LIFO, i.e., novos sucessores entram no início



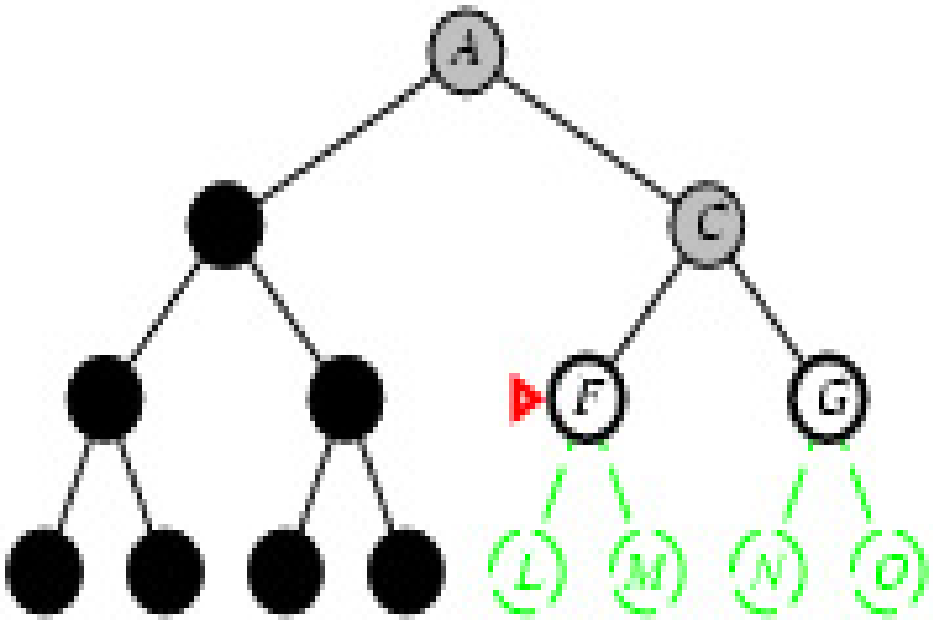
Busca em Profundidade

- Expanda o nó de maior profundidade ainda não expandido
- Implementação:
  - ABERTOS é uma lista LIFO, i.e., novos sucessores entram no início



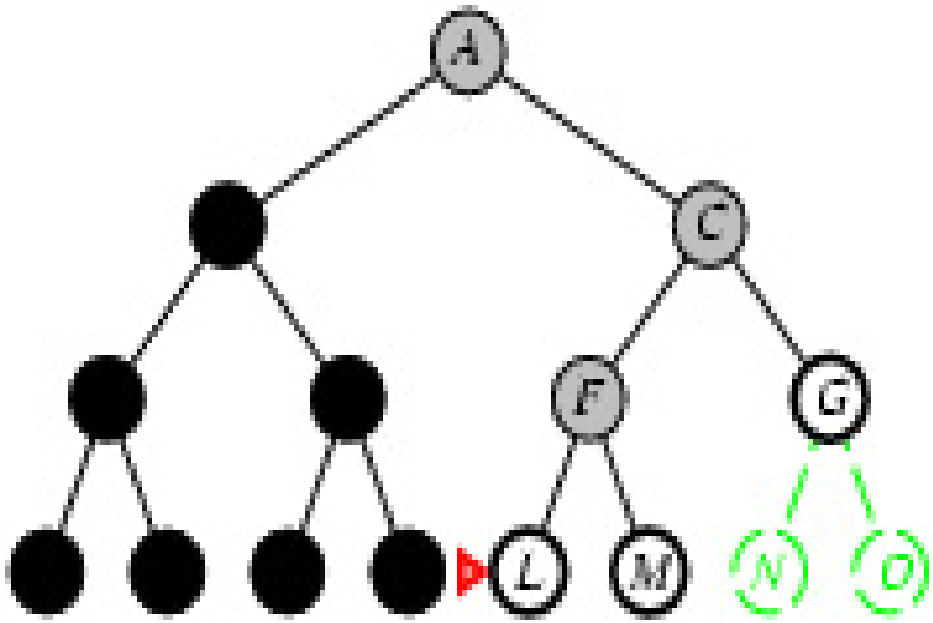
Busca em Profundidade

- Expanda o nó de maior profundidade ainda não expandido
- Implementação:
  - ABERTOS é uma lista LIFO, i.e., novos sucessores entram no início



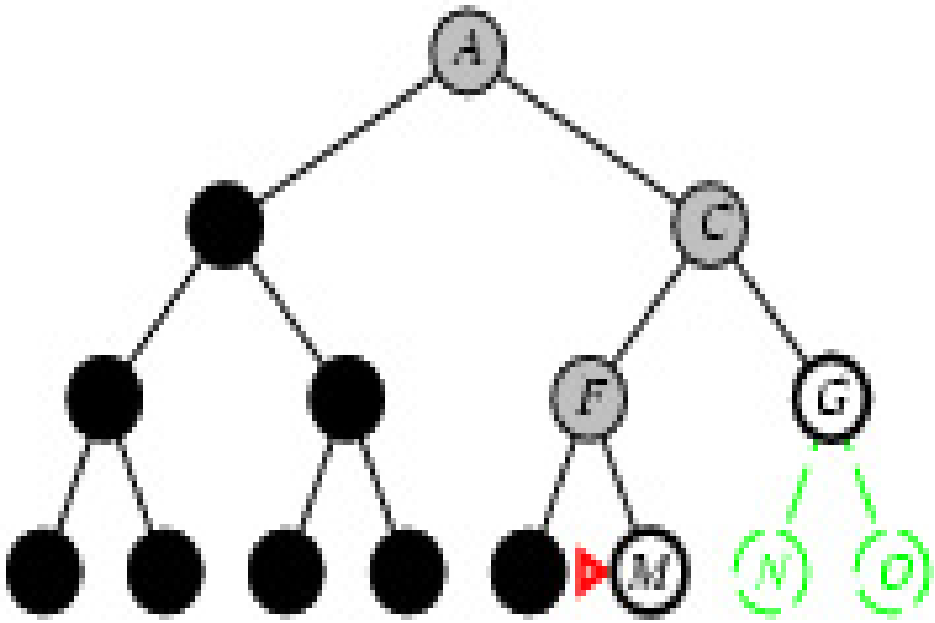
Busca em Profundidade

- Expanda o nó de maior profundidade ainda não expandido
- Implementação:
  - ABERTOS é uma lista LIFO, i.e., novos sucessores entram no início



Busca em Profundidade

- Expanda o nó de maior profundidade ainda não expandido
- Implementação:
  - ABERTOS é uma lista LIFO, i.e., novos sucessores entram no início



Propriedades da Busca em Profundidade

- Completa? Não: falha em espaços de profundidade infinita, espaços com loops. Modificar para evitar estados repetidos no caminho $\rightarrow$ completa em espaços finitos.
- Tempo? $\mathcal{O}(b^m)$ terrível se m é muito maior que d, mas se soluções são densas, pode ser mais rápido que a busca em largura.
- Espaço? $\mathcal{O}(bm)$ i. e. espaço linear!
- Ótima? Não.

Busca em Profundidade Limitada

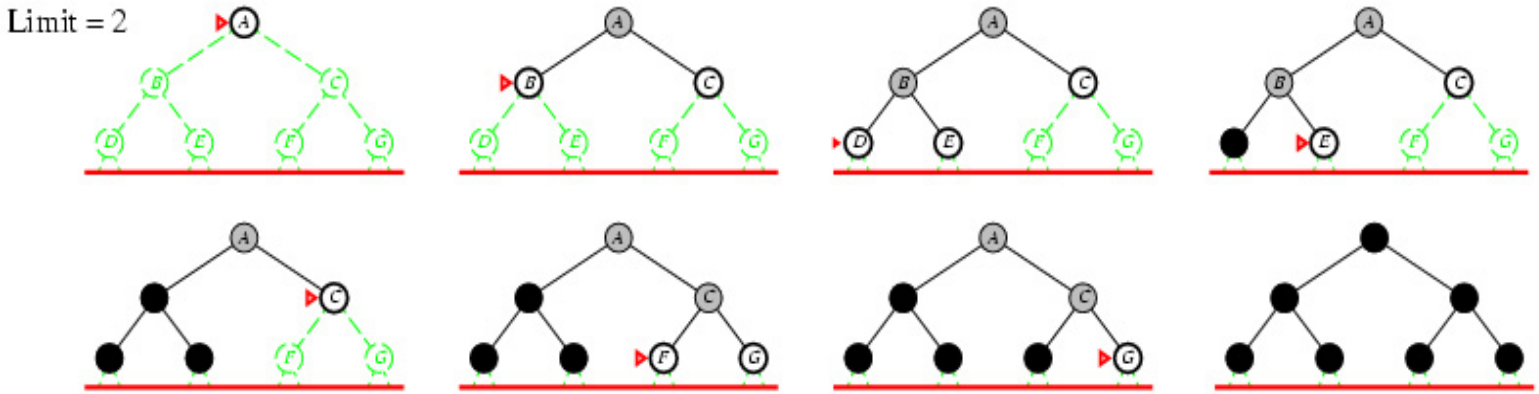
- Busca em Profundidade Limitada = Busca em Profundidade com limite de profundidade *l*, i.e., nós na profundidade *l* não têm sucessores.
- Implementação recursiva.

Busca por Aprofundamento Iterativo: $l = 0$

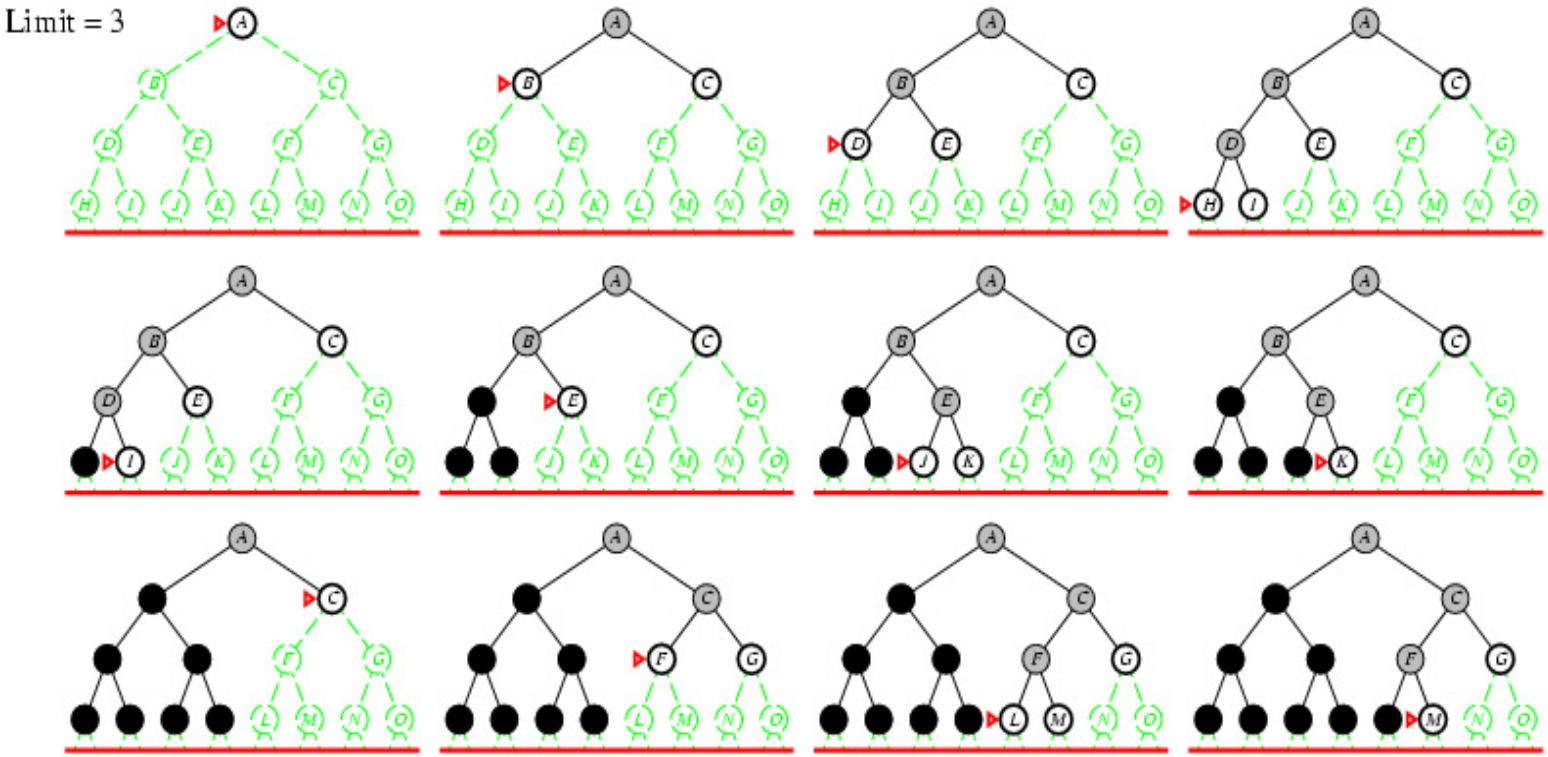
Figure: Fonte: Russell e Norvig [3]

Busca por Aprofundamento Iterativo: $l = 1$

Busca por Aprofundamento Iterativo: $l = 2$



Busca por Aprofundamento Iterativo: $l = 3$



Busca por Aprofundamento Iterativo

- Número de nós gerados em uma busca em profundidade limitada até a profundidade d com fator de ramificação b:
  - $N_{BPL} = b^0 + b^1 + b^2 + ... + b^{d-2} + b^{d-1} + b^d$
- Número de nós gerados em uma busca por aprofundamento iterativo até a profundidade d com fator de ramificação b:
  - $N_{BAI} = (d+1)b^0 + db^1 + (d-1)b^2 + ... + 3b^{d-2} + 2b^{d-1} + 1b^d$
- Para $b = 10$, $d = 5$:
  - $N_{BPL} = 1 + 10 + 100 + 1.000 + 10.000 + 100.000 = 111.111$
  - $N_{BAI} = 6 + 50 + 400 + 3.000 + 20.000 + 100.000 = 123.456$
- *Overhead* = (123.456 - 111.111)/111.111 = 11%

Propriedades da Busca por Aprofundamento Iterativo

- Completa? Sim.
- Tempo? $(d+1)b^0 + db^1 + (d-1)b^2 + ...b^d = \mathcal{O}(b^d)$.
- Espaço? $\mathcal{O}(b^d)$ (mantém todo nó na memória).
- Ótima? Sim (se custo = 1 por passo).

Resumo dos Algoritmos

Table: Algoritmos de Busca Cega.

critério	Largura	Profundidade	BPL	BAI
Completa?	Sim	Não	Não	Sim
Tempo?	$\mathcal{O}(b^{d+1})$	$\mathcal{O}(b^m)$	$\mathcal{O}(b^l)$	$\mathcal{O}(b^d)$
Espaço?	$\mathcal{O}(b^{d+1})$	$\mathcal{O}(bm)$	$\mathcal{O}(bl)$	$\mathcal{O}(b^d)$
Ótimo?	Sim	Não	Não	Sim

- BPL = Busca em Profundidade Limitada
- BAI = Busca por Aprofundamento Iterativo

Sumário

1. Formulação do Problema
   - Solução de Problemas
   - Tipos de Problemas
   - Sistema de Produção
2. Estratégias de Controle
   - Backtracking
   - Busca em Grafos
3. Procedimentos de Busca
   - Busca Cega
   - Busca Heurística

Exemplo: Problema do Caixeiro Viajante

- A palavra *heurística* vem da palavra grega *heuriskein*, que significa “descobrir,” que é também a origem de *eureka*, a famosa exclamação de Arquimedes (“Eu achei”).
- Problema do caixeiro viajante:
  - Um vendedor tem uma lista de cidades, que ele deve visitar apenas uma vez. Existem estradas diretas ligando cada par de cidades da lista. Ache a rota que o vendedor deve seguir para a viagem mais curta possível que começa e termina em uma das cidades.

Heurística do Vizinho Mais Próximo

Heurística do vizinho mais próximo:

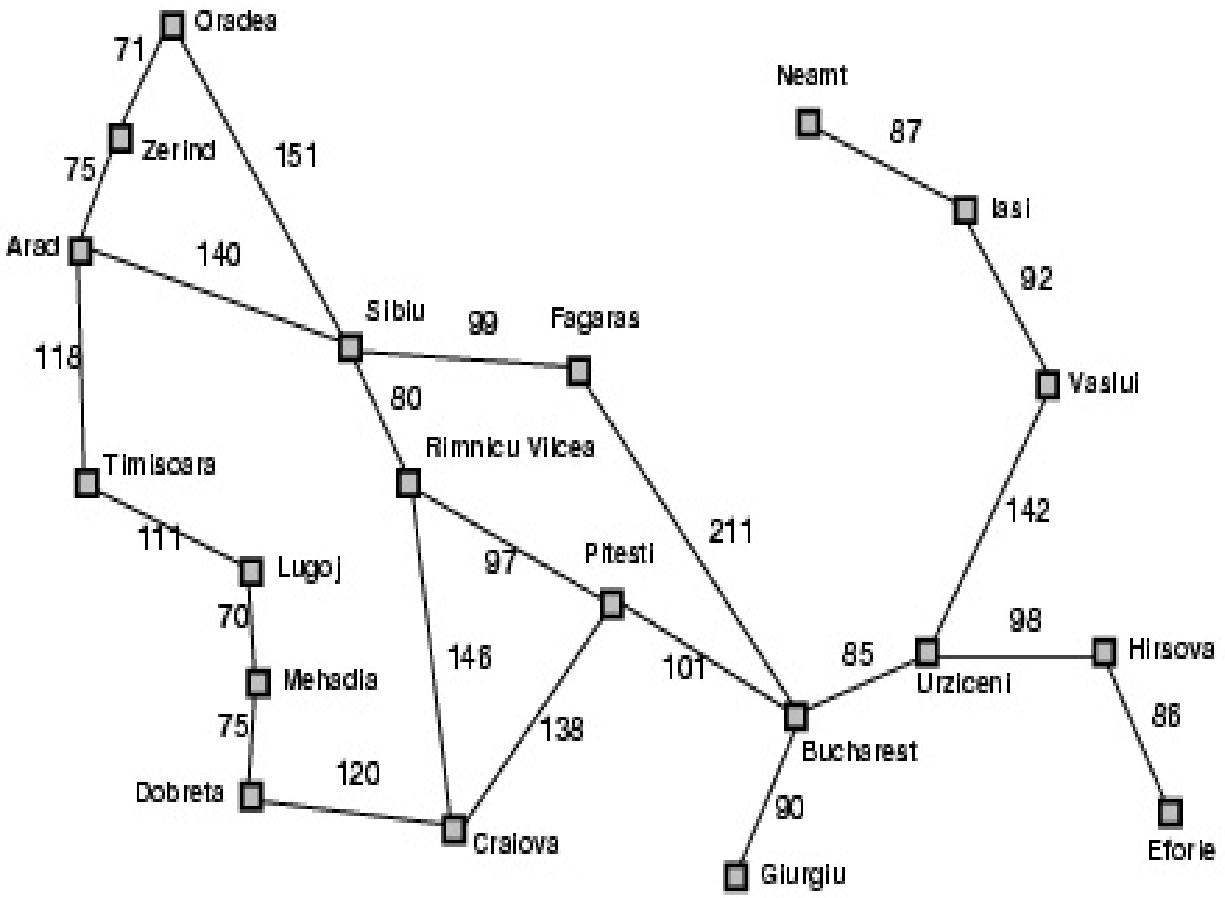
1. Arbitrariamente selecione uma cidade inicial.
2. Para selecionar a próxima cidade, olhe todas as cidades ainda não visitadas e selecione a mais próxima a cidade corrente. Vá a ela.
3. Repita o passo 2 até que todas as cidades tenham sido visitadas.

Este procedimento é executado em tempo proporcional a N^2, uma melhora significativa sobre $N!$, que seria o tempo gasto caso fosse usada uma estratégia não informada (que geraria uma *explosão combinatorial*).

Busca pela Melhor Escolha

- Idéia: usar uma função de avaliação $f(n)$ para cada nó
  - estimativa da "desejabilidade"
  - expandir o nó não expandido mais desejável
- Implementação:
  - Ordenar os nós na lista ABERTOS na ordem decrescente de desejabilidade
- Casos especiais:
  - busca gulosa pela melhor escolha
  - busca A*

Romênia com Custo



Straight-line distance to Bucharest	
Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	176
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	10
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

Figure: Fonte: Russell e Norvig [3]

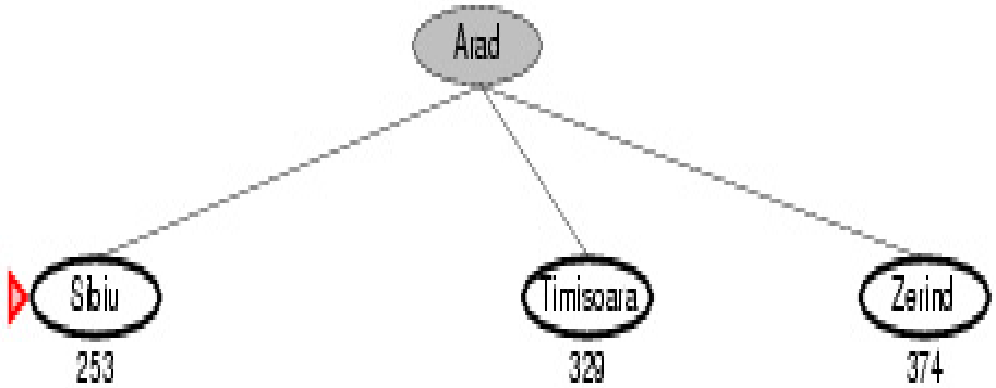
Busca Gulosa pela Melhor Escolha

- Função de avaliação $f(n) = h(n)$ (**h**eurística)
  = estimativa de custo de n para a meta
- e.g., $h_{DLR}(n)$ = distância em linha reta de n até Bucharest
- Busca gulosa pela melhor escolha expande o nó que *parece* mais perto da meta

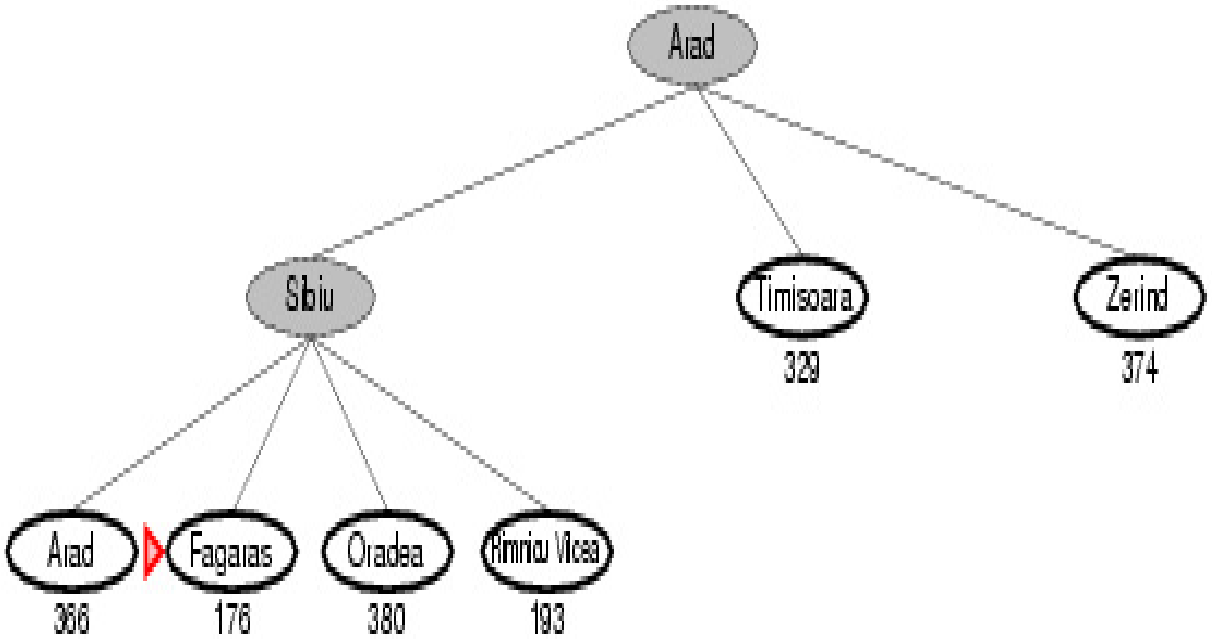
Exemplo de Busca Gulosa pela Melhor Escolha

Figure: Fonte: Russell e Norvig [3]

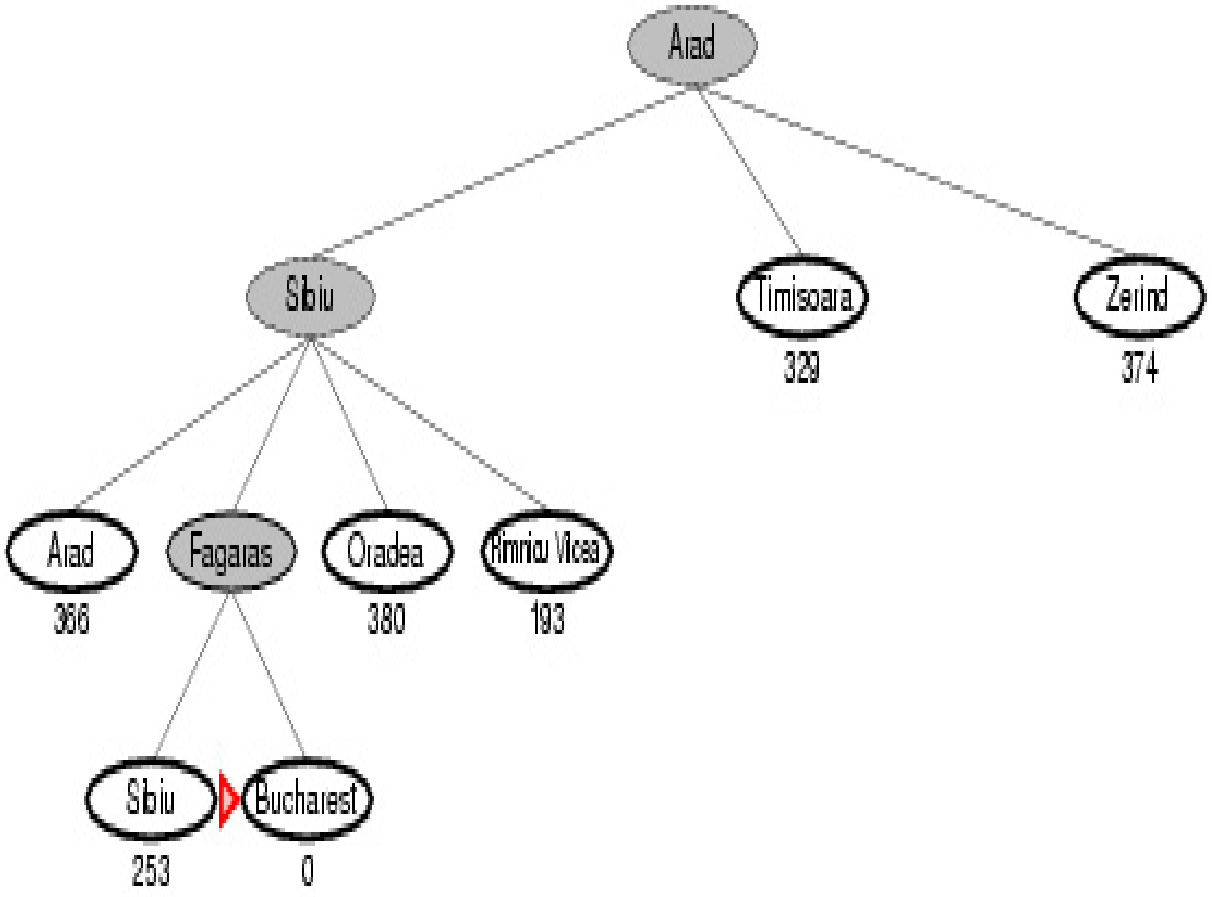
Exemplo de Busca Gulosa pela Melhor Escolha



Exemplo de Busca Gulosa pela Melhor Escolha



Exemplo de Busca Gulosa pela Melhor Escolha



Propriedades da Busca Gulosa pela Melhor Escolha

- Completa? Não – pode ficar presa em loops, e.g., Iasi $\Rightarrow$ Neamt $\Rightarrow$ Iasi $\Rightarrow$ Neamt $\Rightarrow$.
- Tempo? $\mathcal{O}(bm)$, mas uma boa heurística pode melhorar dramaticamente.
- Espaço? $\mathcal{O}(bm)$ – mantém todos os nós na memória.
- Ótima? Não.

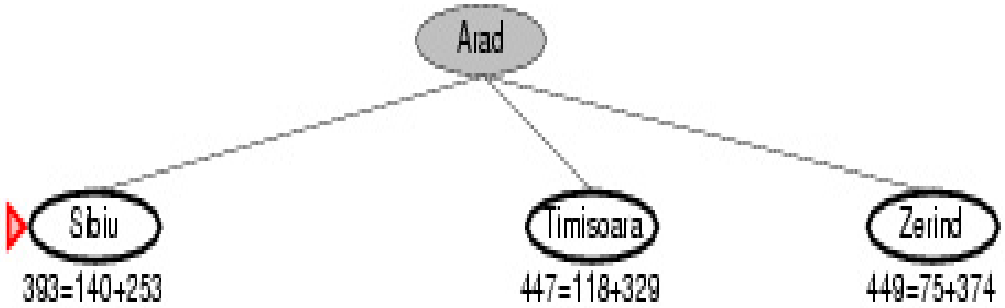
Busca A*

- Idéia: evitar expandir caminhos que já são caros
- Função de avaliação $f(n) = g(n) + h(n)$
  - $g(n)$ = custo para chegar a n,
  - $h(n)$ = custo estimado de n a meta,
  - $f(n)$ = custo total estimado do caminho através de n até a meta.

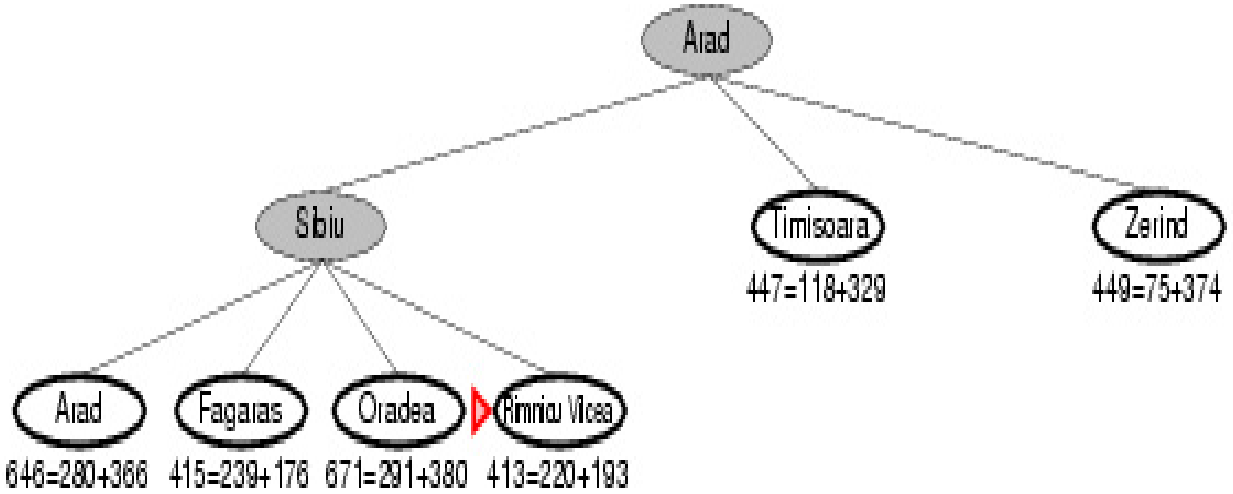
Exemplo de Busca A*

Figure: Fonte: Russell e Norvig [3]

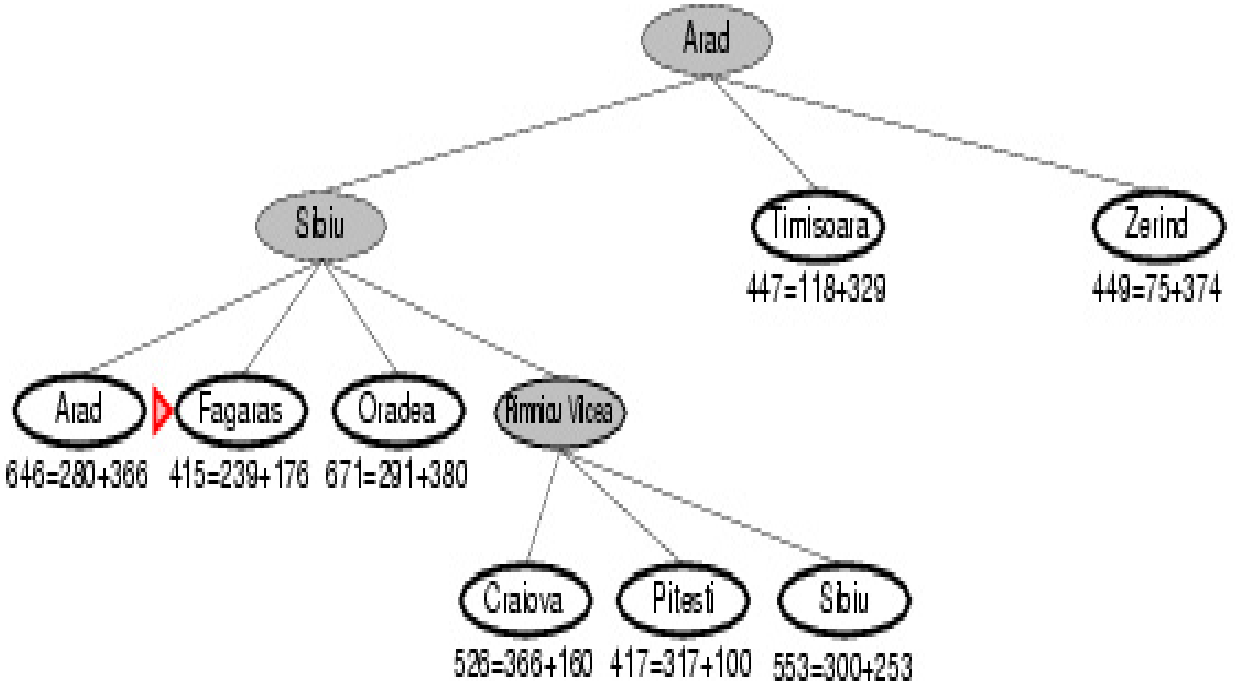
Exemplo de Busca A*



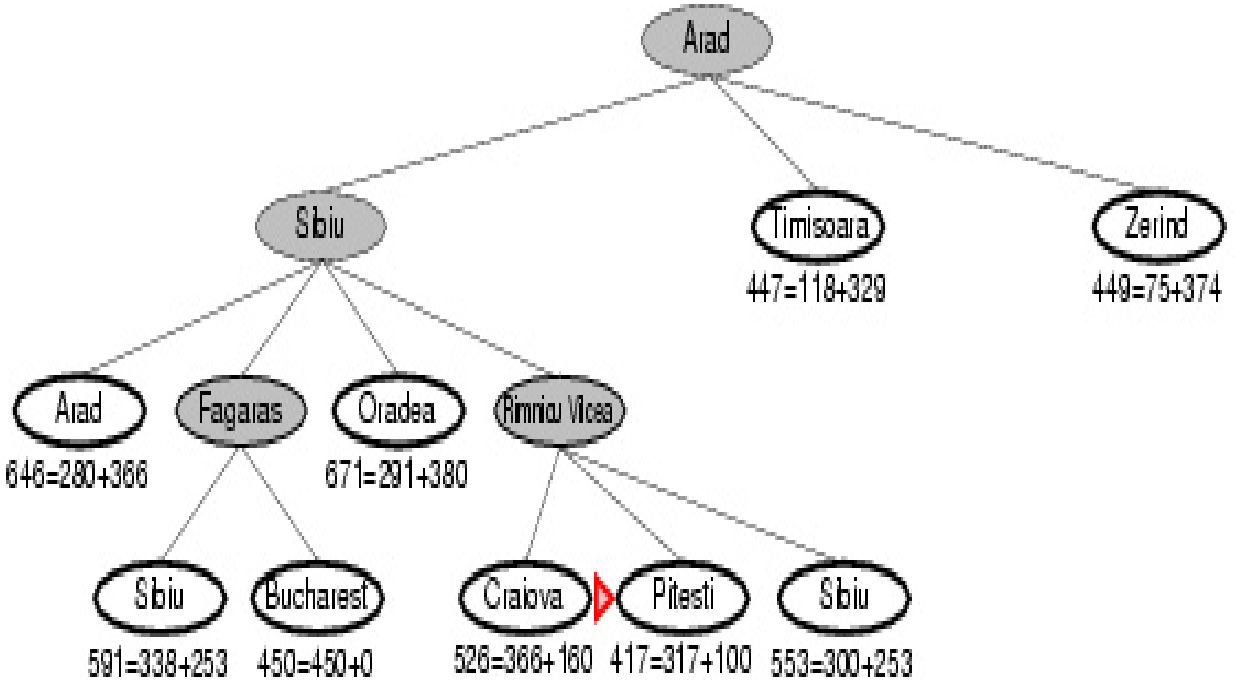
Exemplo de Busca A*



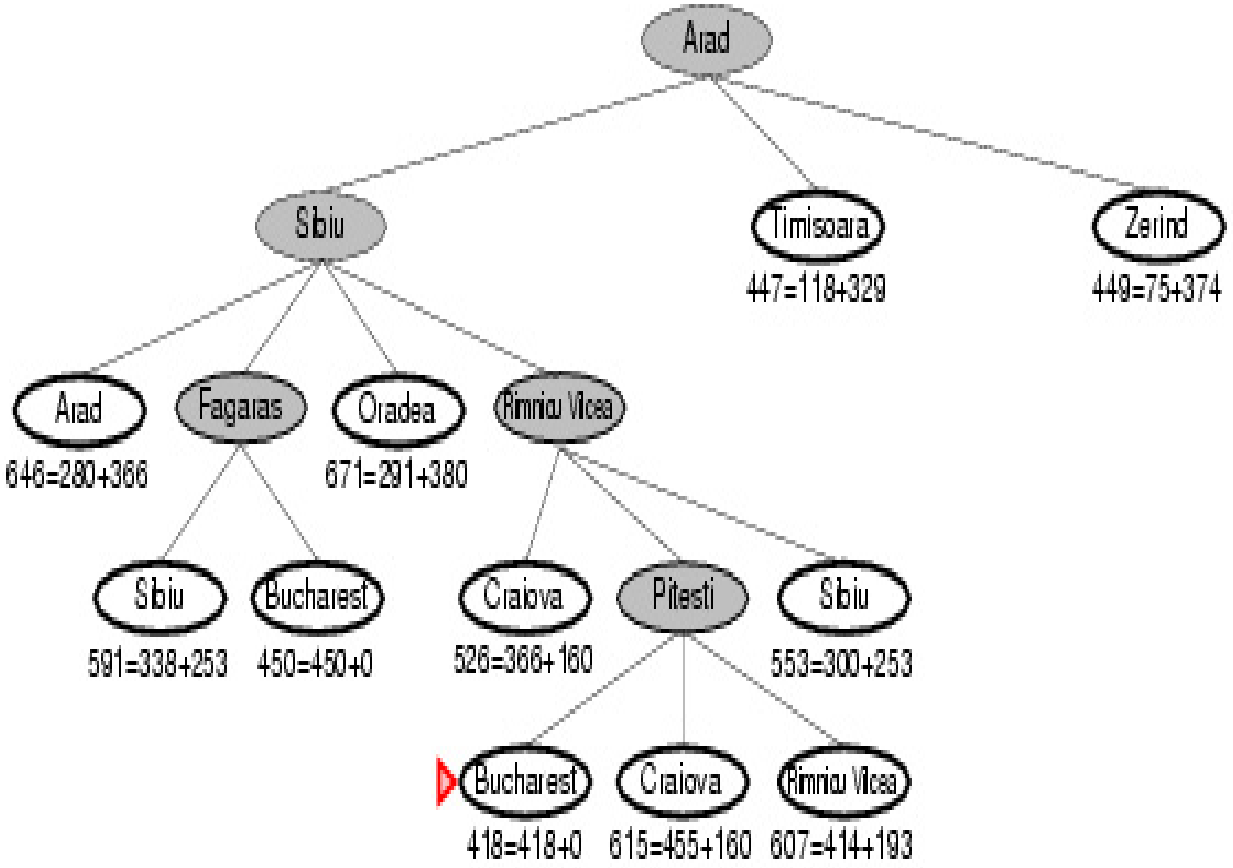
Exemplo de Busca A*



Exemplo de Busca A*



Exemplo de Busca A*



Heurísticas Admissíveis

- Uma heurística $h(n)$ é *admissível* se para todo nó n, $h(n) \leq h^*(n)$, onde $h^*(n)$ é o custo *real* para chegar ao estado meta a partir de n.
- Uma heurística admissível *nunca superestima* o custo para chegar a meta, i.e., ela é *otimista*.
  - Exemplo: $h_{DLR}(n)$ (nunca superestima a distância rodoviária real)

Teorema

Se $h(n)$ é admissível, A que usa BUSCA EM GRAFOS é ótima.*

Heurísticas Consistentes

- Uma heurística é *consistente* se para todo nó n, todo sucessor n' de n gerado por qualquer ação a,
  - $h(n) \leq c(n, a, n') + h(n')$
- Se h é consistente, tem-se
  - $f(n') = g(n') + h(n') = g(n) + c(n, a, n') + h(n') \geq g(n) + h(n) = f(n)$

  i.e., $f(n)$ é não decrescente ao longo de qualquer caminho.
- **Teorema**: Se $h(n)$ é consistente, A* que usa BUSCA EM GRAFOS é ótima.

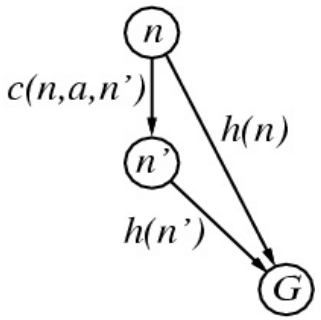


Figure: Fonte: Russell e Norvig [3]

Propriedades de A*

- Completa? Sim.
- Tempo? Exponencial.
- Espaço? Mantém todos os nós na memória.
- Ótima? Sim.

Heurísticas Admissíveis

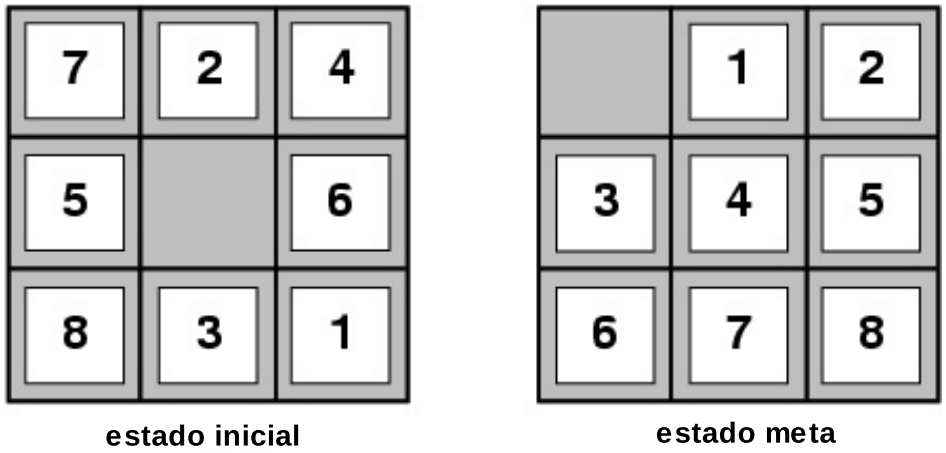


Figure: Fonte: Russell e Norvig [3]

- E.g., para o quebra-cabeça de 8 peças:
  - $h_1(n)$ = número de peças fora do lugar
  - $h_2(n)$ = total da distância de Manhattan (i.e., número de quadrados da posição desejada de cada peça)
    - $h_1(S) = 8$
    - $h_2(S) = 3+1+2+2+2+3+3+2 = 18$

Dominância

- Se $h_2(n) \geq h_1(n)$ para todo n (ambas admissíveis), então h_2 **domina** h_1
- h_2 é melhor para busca

Table: Custos de busca típicos (número médio de nós expandidos).

d	BAI	A*(h_1)	A*(h_2)
12	3.644.035	227	73
24	muitos nós	39.135	1.641

- BAI = Busca por Aprofundamento Iterativo

Problemas Relaxados

- Um problema com poucas restrições nas ações é chamado de **problema relaxado**.
- O custo de uma solução ótima para um problema relaxado é uma heurística admissível para o problema original
- Se as regras do quebra-cabeça de 8 peças são relaxadas tal que uma peça possa ser movida para *qualquer lugar*, então $h_1(n)$ fornece a solução mais curta
- Se as regras são relaxadas tal que uma peça possa ser movida para *qualquer quadrado adjacente*, então $h_2(n)$ fornece a solução mais curta

Algoritmos de Busca Local

- Em muitos problemas de otimização, o caminho para a meta é irrelevante; o estado meta por si só é a solução
  - Espaço de estados = conjunto de configurações "completas"
- Achar a configuração que satisfaz as restrições, e.g., problema das *n* rainhas
  - Em tais casos, pode-se usar *algoritmos de busca local*.
    - Mantenha um único estado "corrente", tente melhorá-lo.

Exemplo: *n* Rainhas

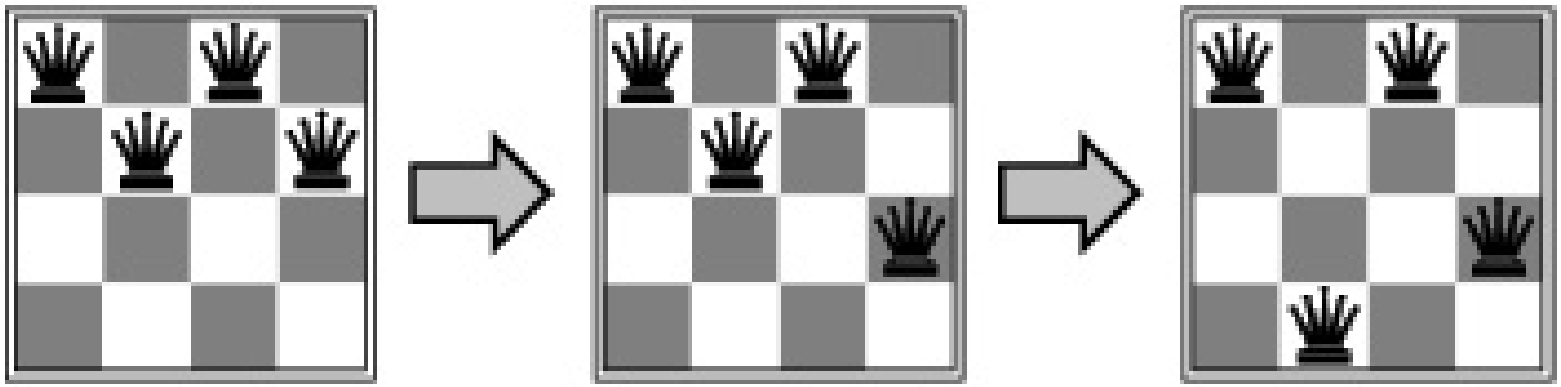


Figure: Fonte: Russell e Norvig [3]

Busca de Subida de Encosta

- Problema: dependendo do estado inicial pode ficar preso em um máximo local

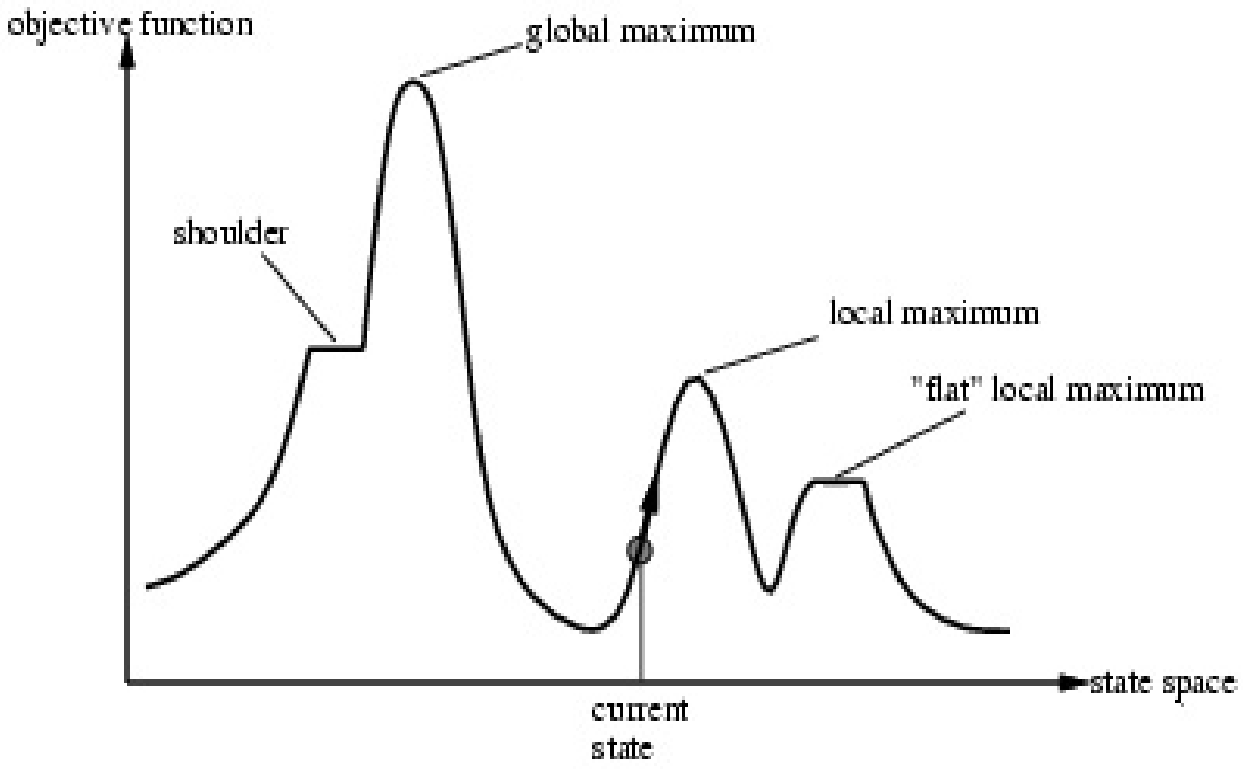


Figure: Fonte: Russell e Norvig [3]

Subida de Encosta: Problema das 8 Rainhas

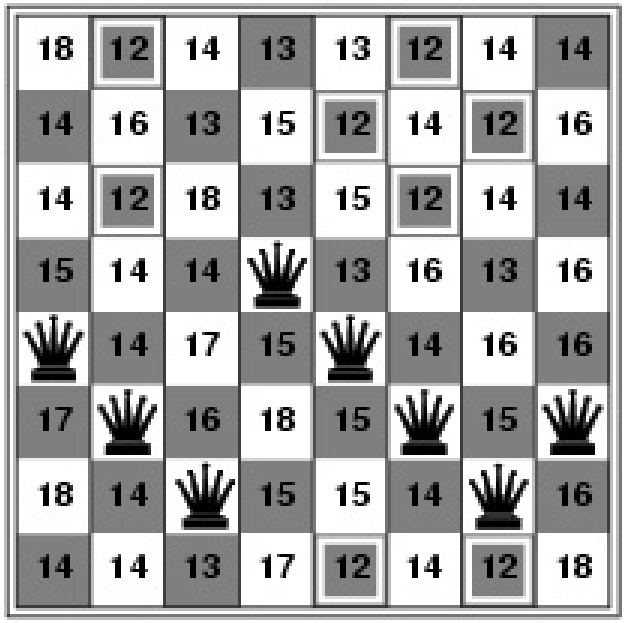


Figure: Fonte: Russell e Norvig [3]

- h = número de pares de rainhas que se atacam, direta ou indiretamente
- h = 17 para o estado acima

Subida de Encosta: Problema das 8 Rainhas

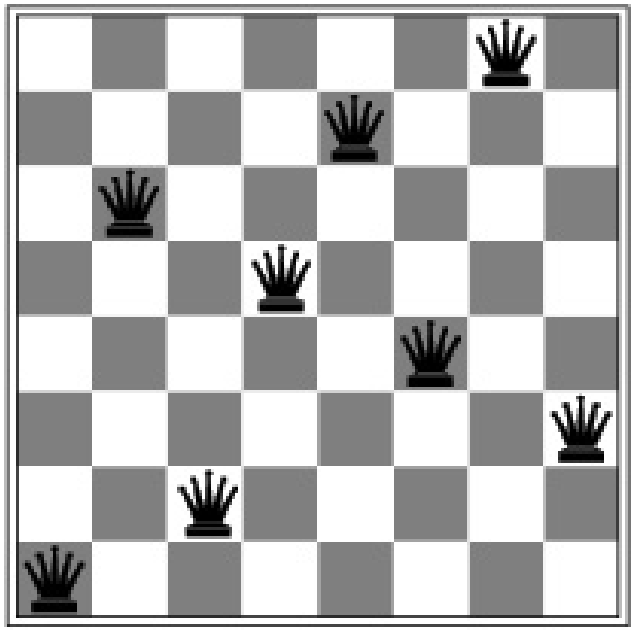
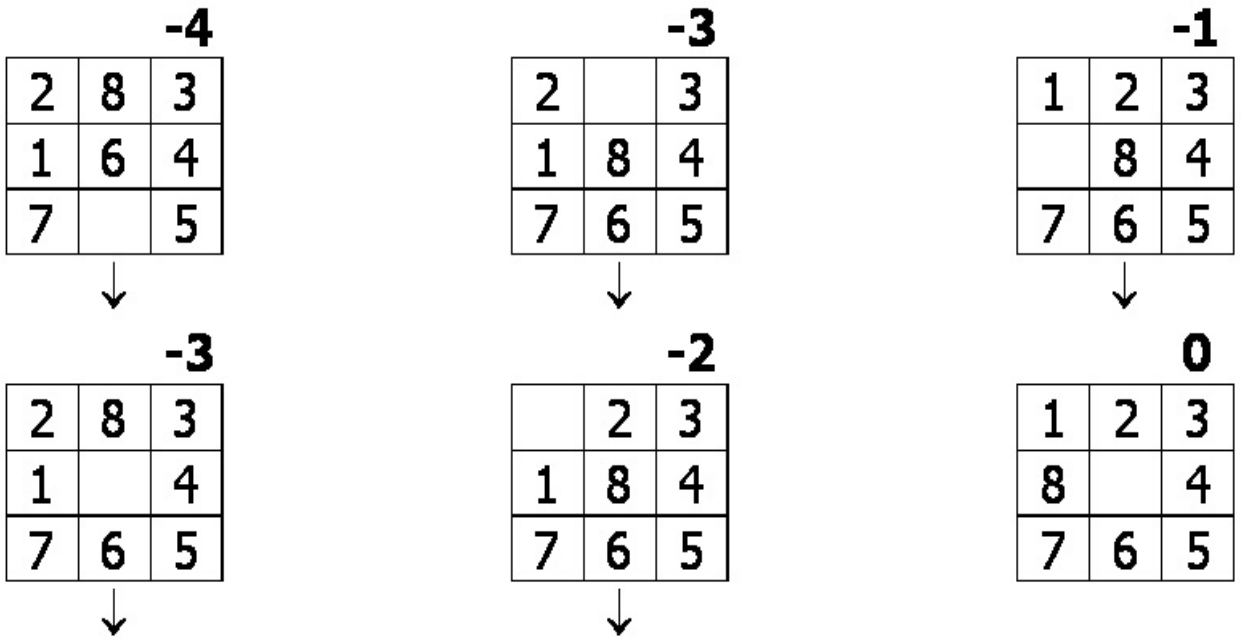


Figure: Fonte: Russell e Norvig [3]

- Um mínimo local com $h = 1$

Subida de Encosta: Quebra-cabeça de 8 Peças



Busca de Recozimento Simulado

- Idéia: escapar dos máximos locais permitindo alguns movimentos “ruins,” mas gradualmente diminuindo sua freqüência.
- Propriedades:
  - Pode-se provar: Se T diminui lentamente, então a busca de recozimento simulado (*simulated annealing*) achará um ótimo global com probabilidade de aproximação 1.
  - Muito usada em layout de VLSI, escalonamento de empresas aéreas, etc.

Busca em Feixe Local

- Mantém a trilha de k estados ao invés de apenas um.
- Começa com k estados gerados aleatoriamente.
- A cada iteração, todos os sucessores de todos os k estados são gerados.
- Se um deles for o estado meta, pára; caso contrário seleciona os k melhores sucessores a partir da lista completa e repete.

Algoritmos Genéticos

- Um estado sucessor é gerado combinando dois estados pais.
- Começa com *k* estados gerados aleatoriamente (população).
- Um estado é representado como uma cadeia de caracteres de um alfabeto finito (freqüentemente uma cadeia de 0's e 1's).
- Função de avaliação (função de *fitness*). Valores mais altos para estados melhores.
- Produz a próxima geração de estados através de seleção, cruzamento e mutação.

Algoritmos Genéticos

Figure: Fonte: Russell e Norvig [3]

- Função de *fitness*: número de pares de rainhas que não se atacam (mín = 0, máx = 8 x 7/2 = 28).
  - 24/(24+23+20+11) = 31%.
  - 23/(24+23+20+11) = 29% etc.

Algoritmos Genéticos

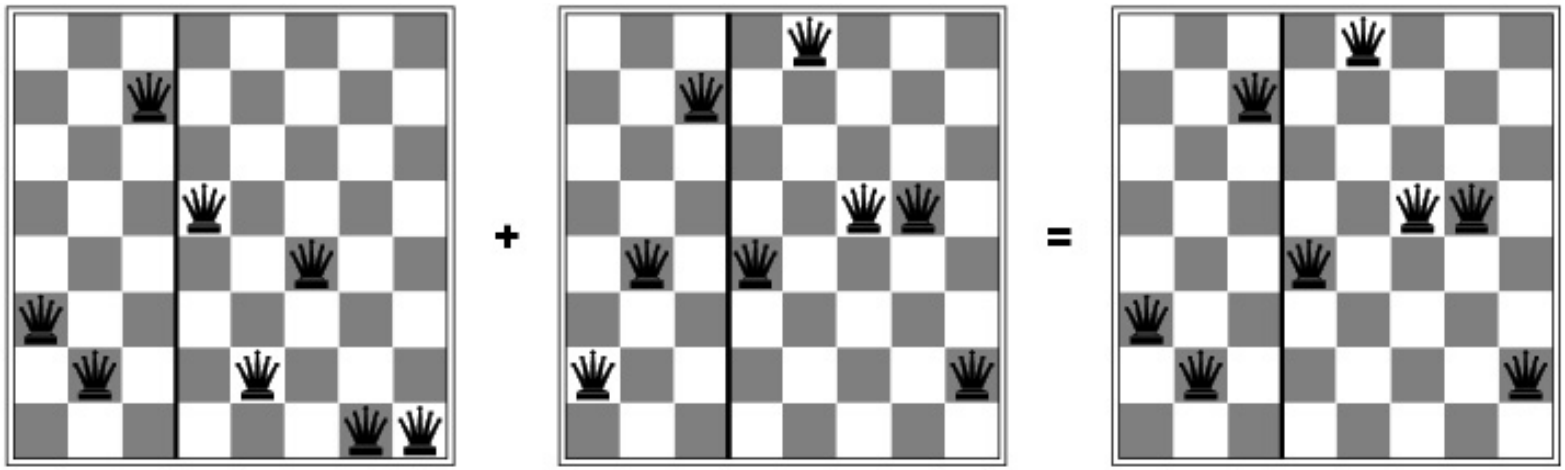
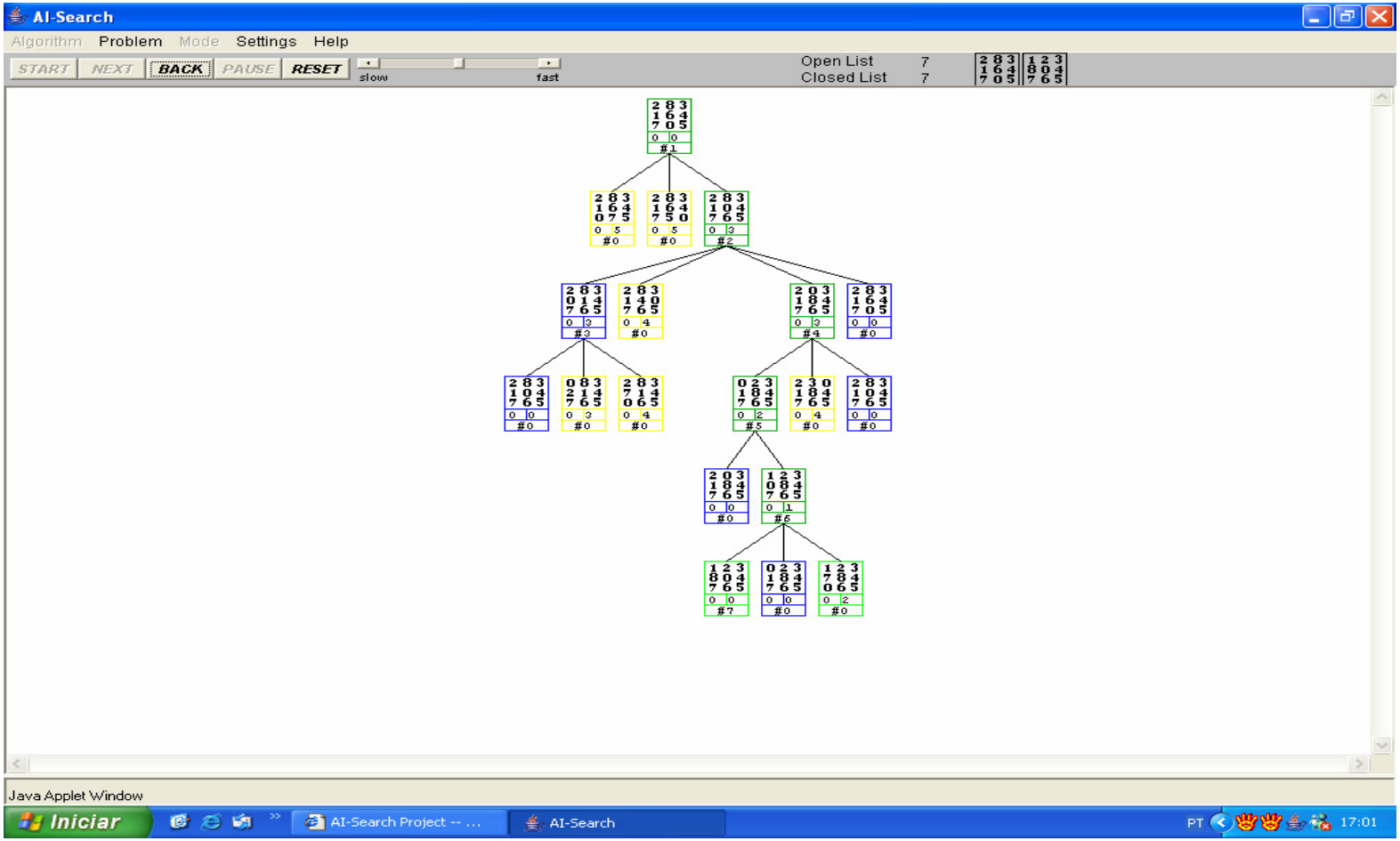


Figure: Fonte: Russell e Norvig [3]

Simulador

http://www.cs.rmit.edu.au/AI-Search/Product/



Procedimentos Heurísticos de Busca em Grafos

Argumentos a favor do uso de heurística:

- Raramente precisa-se da solução ótima; uma boa aproximação normalmente serve muito bem. De fato, existem evidências de que as pessoas, quando resolvem problemas, procuram qualquer solução que satisfaça algum conjunto de requisitos, e assim que encontram, dão-se por satisfeitas.
- Ainda que as aproximações produzidas por heurísticas possam não ser muito boas no pior caso, os piores casos raramente acontecem na vida real.
- A tentativa de entender por que uma heurística funciona, ou por que não funciona, leva a um entendimento mais aprofundado do problema.

Exercício

Especifique uma base de dados global, regras e uma condição de terminação para um sistema de produção para resolver o seguinte problema dos jarros de água:

- Dado um jarro de 5 litros cheio de água e um jarro de 2 litros vazio, como se pode obter precisamente 1 litro no jarro de 2 litros? A água pode ser desperdiçada ou transferida de um jarro para outro; entretanto, só os 5 litros iniciais estão disponíveis.

Referências I

Nilsson, N. J.
Principles of Artificial Intelligence.
Springer-Verlag; 1982.

Rosa, J. L. G.
Fundamentos da Inteligência Artificial.
Editora LTC. Rio de Janeiro, 2011. *No prelo*.

Russell, S., Norvig, P.
Inteligência Artificial. 2a. Edição.
Editora Campus, 2004.