

Os exercícios 3–7 encontram-se no livro [1].

1. Sejam $\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_n \stackrel{\text{iid}}{\sim} \text{normal}_m(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$, sendo que

$$f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) = (2\pi)^{-m/2} |\boldsymbol{\Sigma}|^{-1/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^\top \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) \right\} I_{\mathbb{R}^m}(\mathbf{x}),$$

com $\boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^m$ e $\boldsymbol{\Sigma}$ é uma matriz $m \times m$ simétrica definida positiva. Apresente estatísticas conjuntamente suficientes para $\boldsymbol{\mu}$ e $\boldsymbol{\Sigma}$.

2. Sejam $X \sim \text{normal}(\theta, 1)$ e $\delta_{a,b}(X) = aX + b$ um estimador de θ , com θ, a e $b \in \mathbb{R}$, a e b conhecidas.

- (a) Calcule o erro quadrático médio (EQM) de $\delta_{a,b}(X)$.
- (b) Represente graficamente o EQM de $\delta_{1/2,0}(X)$ e $\delta_{1,0}(X)$ em função de θ . Pode ser afirmado que um estimador é uniformemente melhor do que o outro em termos de EQM?

3. Exercício 6 (a, b), Cap. 3.

4. Exercício 29, Cap. 3.

5. Exercício 35 (a, b, c), Cap. 3.

6. Exercício 37, Cap. 3.

7. Exercício 40 (a, b), Cap. 3.

8. Considere $X_1, \dots, X_n \stackrel{\text{iid}}{\sim} \text{Poisson}(\theta)$, $\theta > 0$.

- (a) Procure interpretar $\tau(\theta) = \exp(-t_0 \theta)$ em que $t_0 > 0$ é fixado.
- (b) Apresente o estimador não viesado de variância uniformemente mínima (ENNVUM) de $\tau(\theta)$.

9. Suponha que $\delta_1 = \delta_1(\mathbf{X})$ e $\delta_2 = \delta_2(\mathbf{X})$ são dois ENNVUM de $\tau(\boldsymbol{\theta})$ com variâncias finitas. Prove que $\delta_1 = \delta_2$.

Referência

- [1] Shao, J. *Mathematical Statistics*, 2nd ed., New York: Springer, 2003.