

Comprimento de um segmento no quadrado unitário

Colaboração de Claudemir F. S. Cruz em 2020

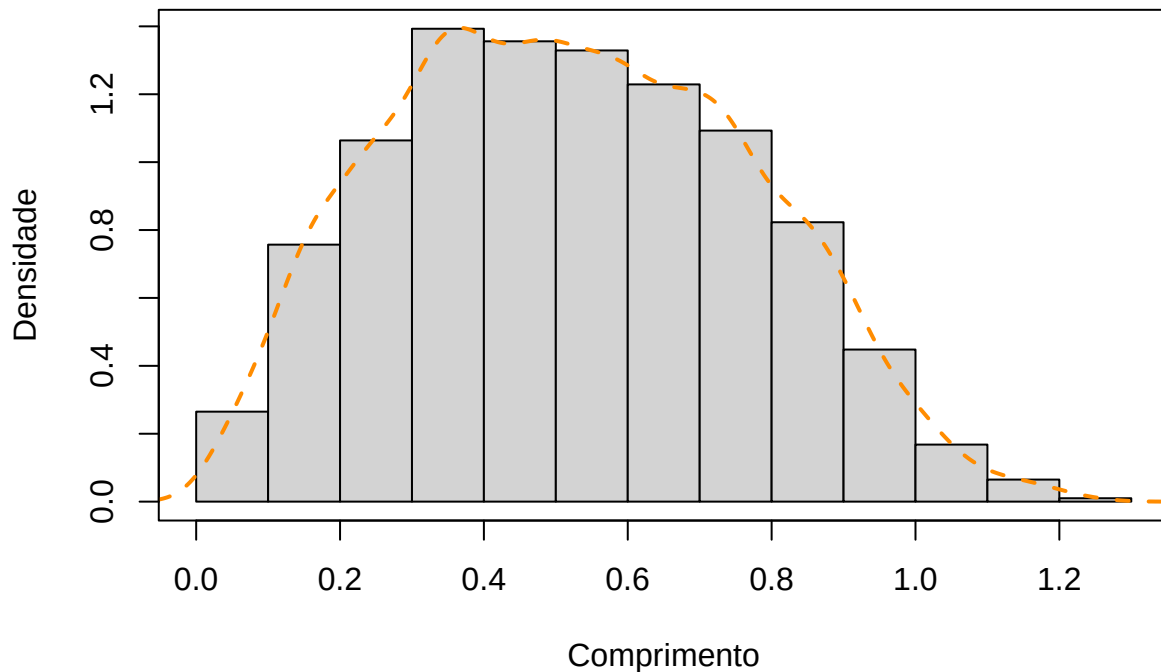
2026

Neste exemplo é calculada uma estimativa do comprimento médio de um segmento de reta formado por dois pontos selecionados de forma independente com distribuição uniforme em um quadrado unitário. O valor máximo do comprimento é $\sqrt{2}$. Utilizamos simulação de Monte Carlo implementada em linguagem R.

```
R <- 10000 # Número de repetições
```

```
# Simulação
set.seed(43)
comp <- c()
for (j in 1:R) {
  u1 <- runif(2)
  u2 <- runif(2)
  comp[j] <- sqrt((u1[1] - u2[1])^2 + (u1[2] - u2[2])^2)
}
```

```
# Distribuição do comprimento
hist(comp, freq = FALSE, main = "", xlab = "Comprimento",
      ylab = "Densidade")
lines(density(comp), lty = 2, col = "darkorange", lwd = 2)
box()
```



```
# Resultados
tetac <- mean(comp)
```

```

epMC <- sd(comp)/sqrt(R) # Erro padrão de MC
emax <- qnorm(0.975) * epMC
cat("\n Número de repetições:", R,
    "\n Estimativa (e.p. MC):", tetac, "(", epMC, ")",
    "\n IC de 95% aproximado: (", tetac - emax, ";", tetac + emax, ")")

```

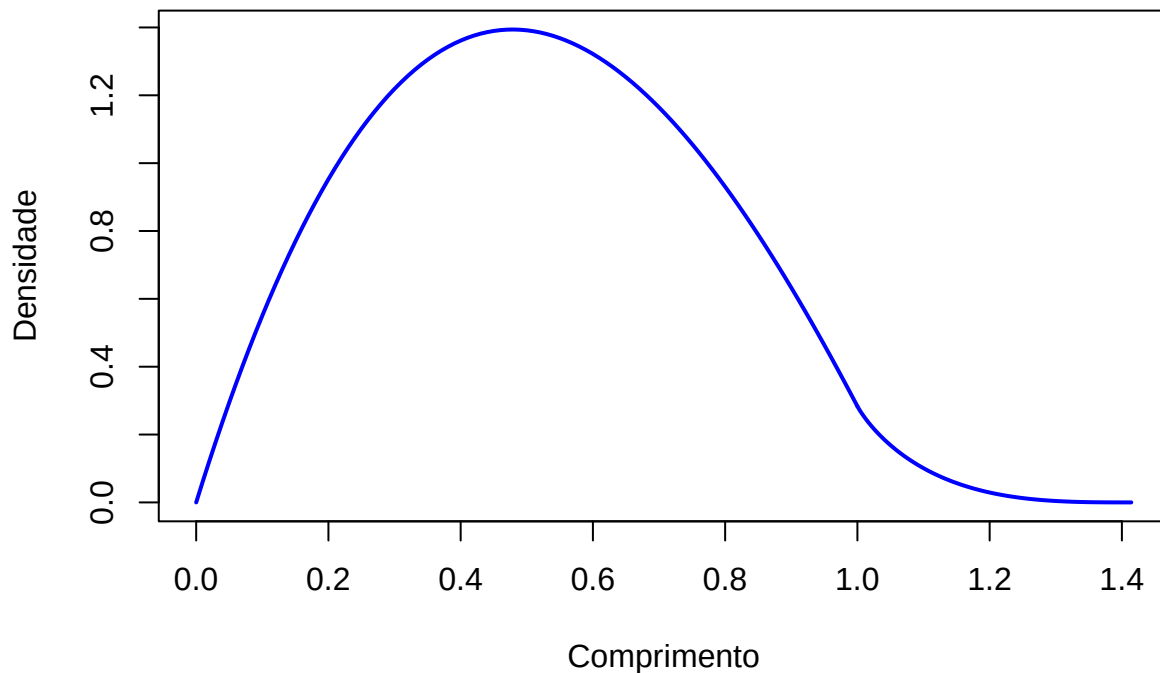
```

##
## Número de repetições: 10000
## Estimativa (e.p. MC): 0.5230465 ( 0.00246468 )
## IC de 95% aproximado: ( 0.5182158 ; 0.5278772 )

```

Nota 1. Na solução acima são gerados $2R$ pares de pontos diferentes. Afirma-se que o comprimento médio pode ser estimado gerando $(1 + \sqrt{1 + 8R})/2$ pares de pontos (arredondando a quantidade de pares) e calculando a média das distâncias entre todos os pares de pontos. Justifique esta solução, discuta suas propriedades e implemente-a.

Nota 2. A função densidade do comprimento é mostrada na figura abaixo. Obtenha a expressão da função densidade e calcule o comprimento médio.



Nota 3. Refaça o exemplo em linguagem Python.